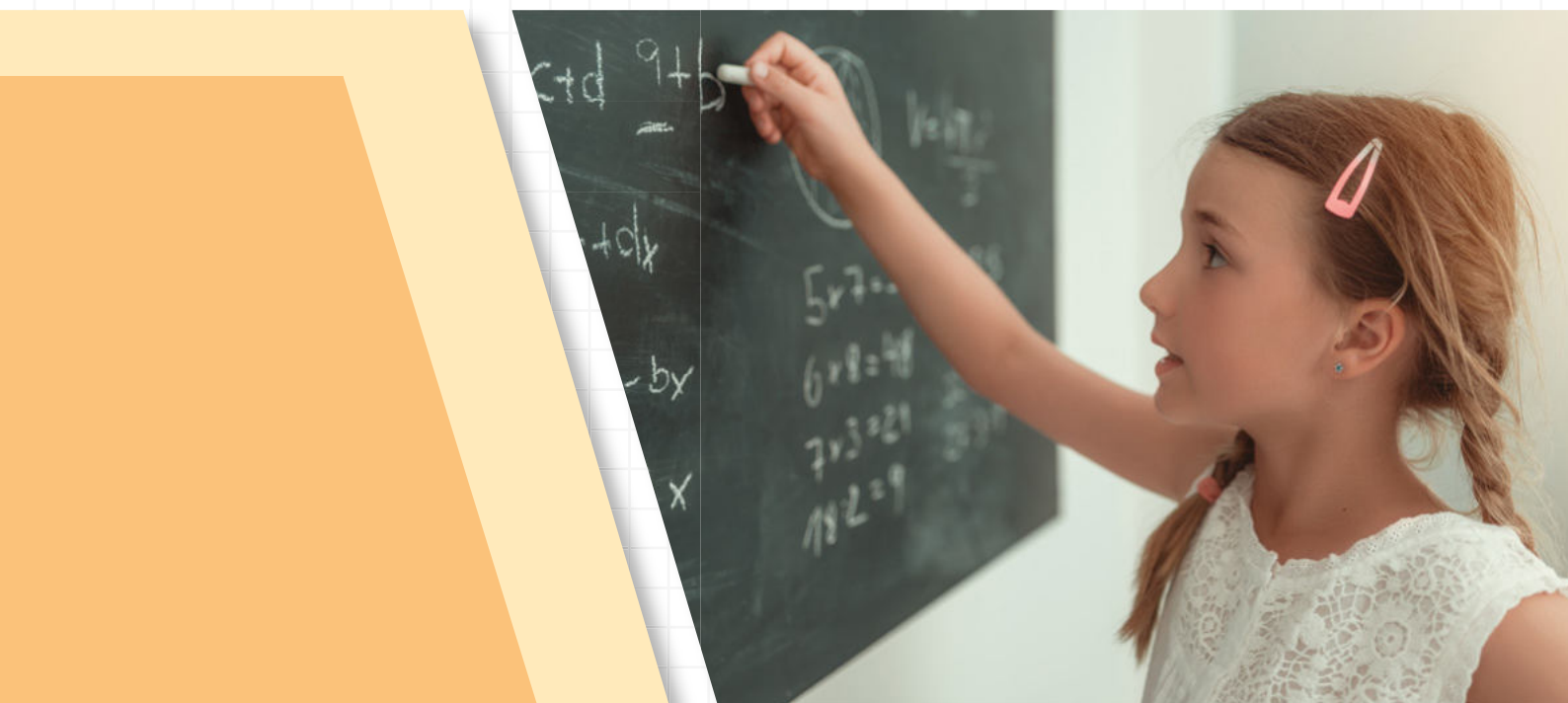


Renata Karsznia

# MÓJ UCZEŃ I MATEMATYKA

Nauczanie matematyki na II etapie edukacyjnym,  
ze szczególnym uwzględnieniem dzieci  
ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi



Poradnik dla nauczyciela  
szkoły podstawowej



**Renata Karsznia**

---

# **MÓJ UCZEŃ I MATEMATYKA**

---

Nauczanie matematyki na II etapie edukacyjnym,  
ze szczególnym uwzględnieniem dzieci  
ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi

**Poradnik dla nauczyciela  
szkoły podstawowej**

Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Warszawa 2018

Konsultacja merytoryczna

**Sylwia Herod, Małgorzata Kummant, Katarzyna Stępnia**

Redakcja i korekta

**Elżbieta Gorazińska**

Projekt okładki, layout, ilustracje,

redakcja techniczna i skład

**Wojciech Romerowicz**

Fotografia na okładce: © detailblick-foto/stock.adobe.com

ISBN 978-83-66047-30-3

Ośrodek Rozwoju Edukacji

Warszawa 2018

Wydanie I

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji

Creative Commons Uznanie Autorstwa – Użycie Niekommercyjne (CC BY-NC)

Ośrodek Rozwoju Edukacji

Aleje Ujazdowskie 28

00-478 Warszawa

[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

# Spis treści

Wstęp .....	5
1. Jakiego nauczyciela matematyki chciałabym mieć? .....	7
2. Jak radziłam sobie w klasach młodszych? .....	9
2.1. Przykłady zadań, z którymi uczeń nie poradzi sobie bez umiejętności mnożenia .....	9
2.2. Nerozpoznane przyczyny trudności .....	14
3. Organizacja pracy na lekcji matematyki z uczniem ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi .....	19
3.1. Praca z uczniem z zespołem Aspergera .....	19
3.2. Praca z uczniem z ADHD .....	21
3.3. Praca z uczniem z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim.....	23
4. Praktyczne przykłady pracy z uczniem ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi na lekcjach matematyki.....	25
5. Matematyka w klasie VII.....	33
5.1. Zasady oceniania na egzaminie ósmoklasisty.....	35
6. Matematyka w klasie VIII.....	51
6.1. Twierdzenie Pitagorasa .....	51
6.2. Własności trójkąta równobocznego .....	54
6.3. Układ współrzędnych.....	58
6.4. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa .....	59
7. Przygotowanie do egzaminu.....	61
8. Relacja rodzic – nauczyciel – uczeń Kto ma być zadowolony z wyniku egzaminu?.....	63
Bibliografia .....	65



## WSTĘP

Przekazuję Państwu poradnik, na łamach którego uczniowie zabierają głos w dyskusji o ich trudnościach związanych z nauką matematyki. Bezpośrednią przyczyną, dla której podjęłam tę problematykę, jest przekonanie, że uczniowie mający kłopoty z uczeniem się tego niełatwego przedmiotu wymagają szczególnego wsparcia dydaktycznego, a wsparcie to musi dotyczyć zarówno warunków, form, jak i metod pracy, które w rezultacie umożliwią uczniom opanowanie materiału szkolnego.

W publikacji przedstawiam pomysły i wskazówki przydatne w pracy dydaktycznej, przygotowane na podstawie obserwacji pracy uczniów i praktyki nauczycielskiej. Z mojego wieloletniego doświadczenia wynika, że szczególne znaczenie dla powodzenia uczenia i uczenia się matematyki mają pierwsze lata szkolnej edukacji dzieci i podstawy matematyczne, na których później, na kolejnych etapach edukacyjnych, będziemy bazować jako nauczyciele.

Zastanawiając się nad skutecznym nauczaniem matematyki w szkole podstawowej, musimy pamiętać, że kłopoty edukacyjne – i to o różnym podłożu – wpływają na stan psychiczny uczniów. Toteż w grupie dzieci, które mają trudności z tym przedmiotem, często obserwujemy zjawiska niskiej samooceny, braku motywacji oraz nieustającego lęku przed niepowodzeniem. Uczniowie wykazujący tego rodzaju problemy wymagają zatem także wsparcia psychologicznego, a działania, które dwutorowo podejmie szkoła, pozwolą obu stronom na osiągnięcie najlepszych efektów.

Niniejsza publikacja ma na celu przybliżenie nauczycielom zarówno trudności uczniów, jak i towarzyszących im emocji. W roli bohaterów poradnika występują Julka i Krzysz, dla których matematyka przez lata szkolnej edukacji była źródłem stresu wynikającego z nieumiejętności opanowania materiału. Na podstawie ich doświadczeń przedstawiam skuteczne metody wspomagające rozwój matematyczny uczniów już od najmłodszych lat.

W publikacji podkreślam, że nauczyciele, którzy uważnie obserwują możliwości uczniów i wspierają ich w obszarach dla nich skomplikowanych, są w stanie przygotować młodzież do opanowania szkolnego programu matematyki w zakresie umożliwiającym zdanie egzaminu ósmoklasisty. Taki cel musi przyświecać naszej pracy dydaktycznej, a matematyka nie powinna być źródłem lęku. Zatem uwagę i starania nauczycieli kieruję na szerokie wspieranie wszystkich uczniów.

Życzę Państwu wielu sukcesów w pracy z uczniami. Mam nadzieję, że wskazówki zaproponowane w poradniku będą pomocne w nauczaniu matematyki, zwłaszcza dzieci, które z tym przedmiotem mają trudności.

*Renata Karsznia*





# 1. JAKIEGO NAUCZYCIELA MATEMATYKI CHCIAŁABYM MIEĆ?



## **Julka:**

*Nazywam się Julka i jestem absolwentką liceum. Świadectwo maturalne było dla mnie ukoronowaniem zmuśnej drogi, podczas której zmagalam się z trudnościami matematycznymi. Już od klasy IV szkoły podstawowej nauka, w szczególności matematyki, sprawiała mi dużą trudność. Dziś, z perspektywy czasu, widzę, jaki rodzaj wsparcia mógłby mi pomóc w zrozumieniu tego przedmiotu.*

*W klasach młodszych wychowawczynie była bardzo wyrozumiała. Jednak gdy pojawiły się pierwsze oznaki kłopotów z nauką matematyki, zabrakło mi czytelnych wskazówek nauczyciela i skutecznych metod umożliwiających opanowanie tabliczki mnożenia lub zrozumienie zadań z treścią. W głowie miałam jedynie chaos, cyferki skakały jak szalone, z podziwem patrzyłam na uczniów, którzy szybko rozwiązywali zadania. Dziś rozumiem, że przyjazna atmosfera w klasie była bardzo ważna, jednak dla mnie niewystarczająca. Potrzebowałam nauczyciela, który rozpoznałby przyczynę moich niepowodzeń i zastosował metody umożliwiające opanowanie koniecznej wiedzy. Czekałam na nauczyciela, który na podstawie rozmów ze mną zrozumiałby przyczyny moich trudności i zastosował wizualizację w rozwiązywaniu zadań, jako środek prowadzący do lepszego zrozumienia omawianego problemu. Analizowanie zadań krok po kroku z pomocą nauczyciela uświadomiłoby mi, że matematyka jest do opanowania i że może być zabawą.*

Julka jest oczywiście jedną z wielu uczennic mających trudności z nauką matematyki. Podłoże i przyczyny jej kłopotów mogły być bardzo różne. Niektóre z nich zostaną omówione w poradniku.

Jest bardzo ważne, aby nauczyciel jednocześnie przekazywał wiedzę i badał efekty swojej pracy oraz sprawdzał, czy uczeń powtarza w domu zadane partie materiału. Pomocne w opanowaniu poszczególnych działów matematyki byłoby zadawanie prac na takim poziomie trudności, z wykonaniem których uczeń poradziłby sobie bez pomocy nauczyciela czy rodziców.



## 2. JAK RADZIŁAM SOBIE W KLASACH MŁODSZYCH?



**Julka:**

Minęły trzy lata nauki i znalazłam się w klasie IV. Od tej chwili matematyka stała się dla mnie jeszcze trudniejsza. Wpłynęło na to wiele przyczyn, a podstawowym powodem moich dalszych kłopotów było niedokładne opanowanie materiału w klasach I–III.

W celu ustalenia rodzajów trudności, z jakimi spotykają się uczniowie, nauczyciel matematyki w klasie IV powinien skonsultować się z nauczycielem edukacji wczesnoszkolnej. Pozwoli to na przygotowanie materiału powtórkowego, który umożliwi uczniom opanowanie nowych zagadnień.

Tabliczka mnożenia do dziś śni mi się po nocach i nadal nie znam jej wystarczająco dobrze. W szkole, nie mając tej umiejętności, nie mogłam poradzić sobie ze sprawnym mnożeniem pisemnym liczb naturalnych lub ułamków dziesiętnych. Ale najgorsze było to, że na lekcjach obawiałam się skorzystać z wydrukowanej tabliczki mnożenia, bez której nie miałam szans na prawidłowe rozwiązanie zadań. Bałam się zapytać nauczyciela, czy wolno mi wyjąć tę pomoc z plecaka – wtedy wszystko byłoby prostsze! Ten sam problem dotyczył dzielenia, przy którym mnożenie umożliwia sprawdzenie poprawności podanego wyniku.

### 2.1. Przykłady zadań, z którymi uczeń nie poradzi sobie bez umiejętności mnożenia

**Przykład 1**

Mnożenie pisemne liczb naturalnych

$$\begin{array}{r} 321 \\ \times \quad 5 \\ \hline 1605 \end{array}$$



ABY TO WYMNOŻYĆ,  
MUSZĘ WIEDZIEĆ,  
ILE TO JEST:

$$\begin{array}{l} 5 \times 1 \\ 5 \times 2 \\ 5 \times 3 \end{array}$$

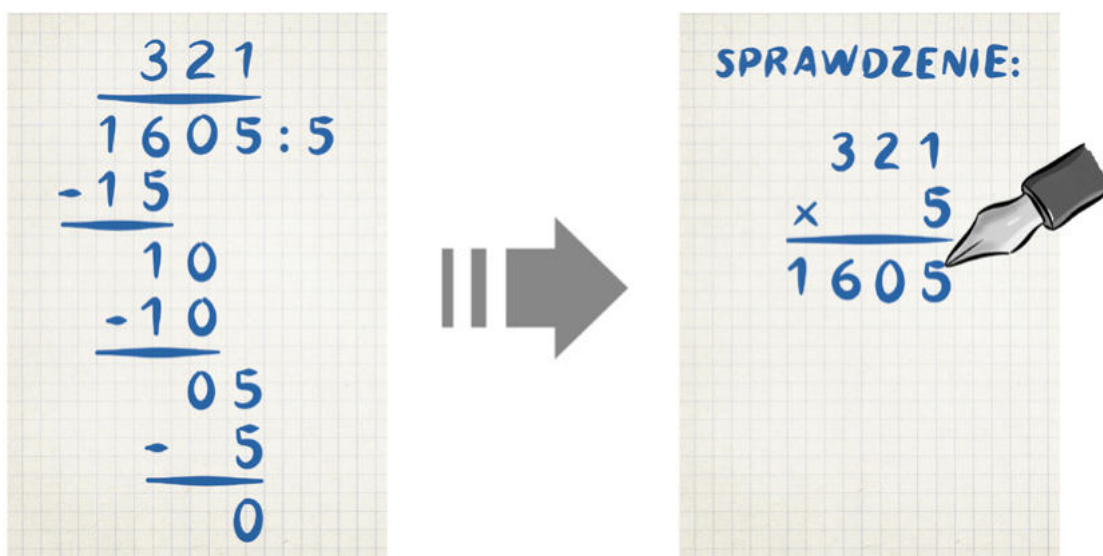
A SĄ PRZECIEŻ JESZCZE  
TRUDNIEJSZE DZIAŁANIA

Jeśli uczeń ma trudności z tabliczką mnożenia, to nie nauczy się mnożyć pisemnie, chyba że skorzysta z pomocy dydaktycznych lub kalkulatora. W takiej sytuacji można pozwolić uczniowi na korzystanie z wydrukowanej tabliczki mnożenia i nadal ją intensywnie ćwiczyć. Jednak na egzaminie uczeń musi liczyć samodzielnie, bez używania pomocy.

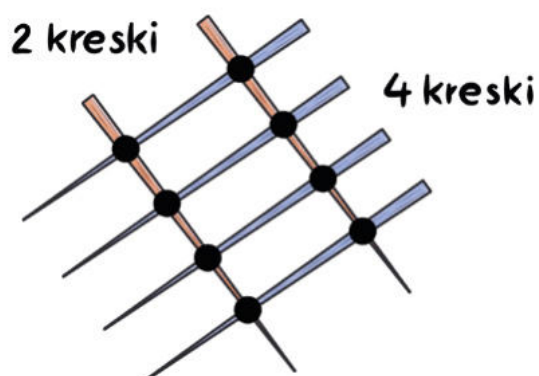
Ważne jest budowanie przez nauczyciela atmosfery bezpieczeństwa, dzięki czemu uczeń bez obaw będzie zadawał pytania i mówił nauczycielowi o swoich problemach i potrzebach.

### Przykład 2

#### Dzielenie pisemne



- ◆ Pokaż uczniowi wynik mnożenia na rysunku.
- ◆ Układaj z nim np. patyczki do szaszłyków i licz miejsca przecięcia.



$$4 \times 2 = 8$$

Na rysunku widać 8 kropek.

- ◆ Pokaż uczniowi inne sposoby mnożenia. Pamiętaj jednak, że mnożenia do pięciu uczeń musi nauczyć się na pamięć – dzięki temu uniknie pomyłek na egzaminie.
- ◆ Graj z uczniami w matematyczne gry planszowe, np. w *Matematyczne Memory*. W tym celu przygotujcie kartoniki i poodwracajcie je tak, aby nie było widać napisów. Następnie odwróćcie je i szukajcie par kart zawierających działania z zakresu tabliczki mnożenia oraz ich wyniki.

**Przykład 3**

**Gra Matematyczny Piotruś**

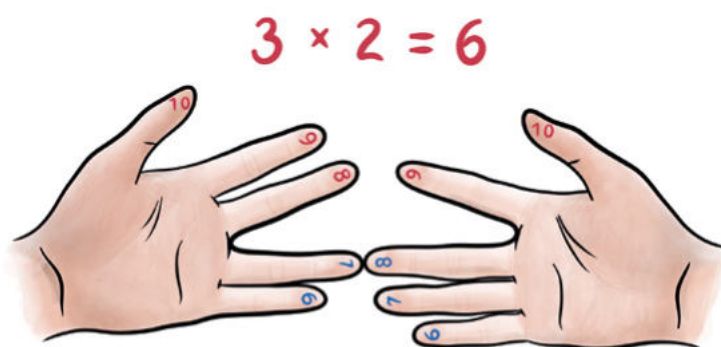


Przygotuj 12 kart (6 par) i jedną kartę bez pary, która będzie Piotrusiem. Rozdaj karty uczestnikom gry, po czym każdy z graczy będzie losował po jednej karcie od kolegi i odkładał pary. Piotrusiem zostanie ta osoba, u której znajdzie się ostatnia karta, tzw. Piotruś.

- ◆ Zapoznaj uczniów z metodą mnożenia na palcach.

**Przykład 4**

**Metoda mnożenia na palcach**



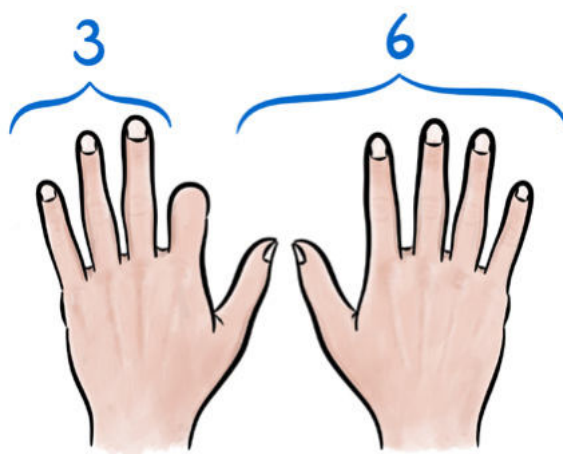
$$5 \times 10 = 50$$

$$7 \times 8 = 50 + 6 = 56$$

$$7 \times 8$$

7 to 5+2, a 8 to 5+3

- Odginamy palce, sprawdzając, ile ich jest:
  - 2 palce na jednej ręce,
  - 3 palce na drugiej.
 Razem jest ich 5. Są to dziesiątki, czyli 50.
- Patrzymy, ile zostało nam palców. Na jednej ręce 3, na drugiej 2.



$$4 \times 9 = 36$$

$$4 \times 9$$

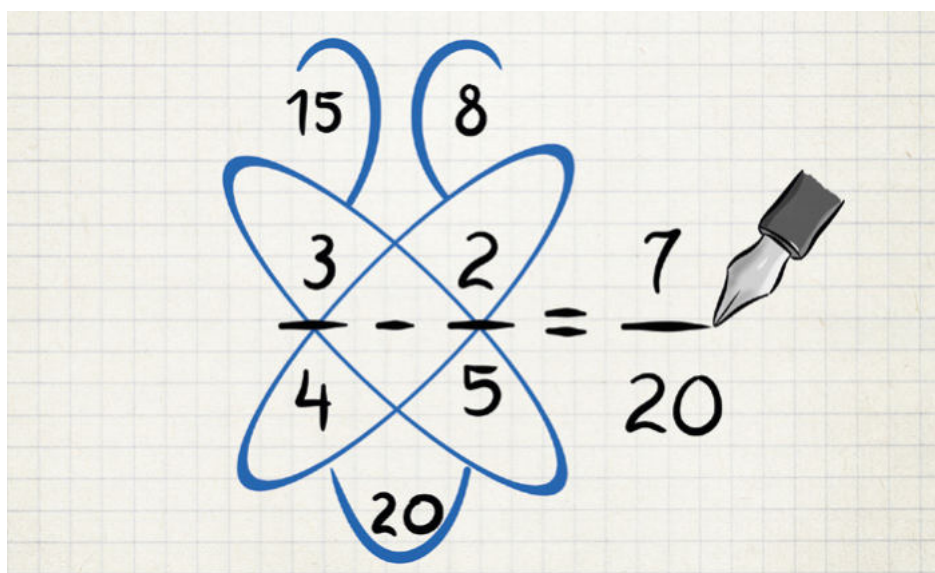
- Zginamy 4. palec.
- Palce po lewej stronie to dziesiątki, zatem 3 palce to 30.
- Palce po prawej stronie to jedności, czyli 6.
- Dodajemy  $30 + 6$ .
- Daje to wynik 36.

- ◆ Zachęć rodziców do ćwiczenia tej metody w domu – wówczas uczeń szybciej uzyska dobre wyniki.

#### Przykład 5

#### Wspólny mianownik ułamków zwykłych

Tabliczka mnożenia jest wykorzystywana do szukania wspólnego mianownika ułamków zwykłych, ich skracania i rozszerzania.



#### Julka:

Pomimo kolejnych prób nauczania się ułamków ciągle miałam kłopoty z mnożeniem i znalezieniem wspólnego mianownika. Często zastanawiałam się, jak zdam egzamin, jeśli będą zadania z użyciem ułamków.

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$$

Do opanowania nowych zasad i osiągnięcia biegłości w ich stosowaniu niezbędna jest umiejętność mnożenia i dzielenia. Uczeń w klasie IV lub V, rozwiązując zadania na ułamkach zwykłych, nie wykona poprawnie obliczeń, jeśli nie będzie dobrze znał mnożenia i dzielenia.

### Przykład 6

Obliczanie powierzchni prostokątnej działki o wymiarach 12,5 m i 8 m



**Julka:**

Wiem, jak wygląda prostokąt i wiem, jak się liczy jego pole. Jednak i tak nie umiem rozwiązać zadania. Dlaczego?

◆ **Pierwszy problem: Julka ma trudności z rysowaniem!**

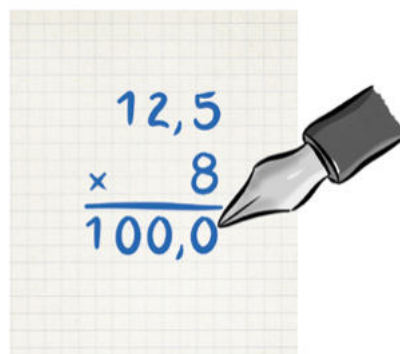
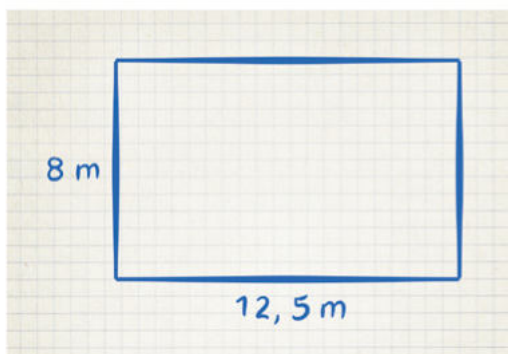
Jeśli dziecko ma trudność z używaniem linijki, rysowaniem linii i równych odcinków, potrzebuje zajęć, na których będzie mogło **ćwiczyć rękę**.

Pismo dziecka stanowi źródło wielu informacji. Jeśli jest nieprecyzyjne, trzeba zasugerować rodzicom wizytę u okulisty w celu wykluczenia wady wzroku. Należy także rozważyć możliwość uczestniczenia dziecka w zajęciach usprawniających. Dzieci, które mają trudności z małą motoryką, powoli i niedokładnie wykonują czynności z użyciem przyborów do pisania i rysowania. Małą motorykę może poprawić także lepienie z modeliny lub plasteliny, które należy wykorzystywać podczas nauki geometrii przy projektowaniu i tworzeniu brył.

◆ **Drugi problem: Umiejętność obliczenia prawidłowego wyniku!**

Z małymi liczbami uczeń może sobie poradzić, mnożąc je w pamięci. Jeśli wymiary działki okażą się większe, będzie potrzebna umiejętność **mnożenia pisemnego**.





$$P = 12,5 \text{ m} \times 8 \text{ m} = 100 \text{ m}^2$$

Jeśli uczeń ma problemy z wykonywaniem działań, to nawet znając wzór na pole prostokąta, nie wykona prawidłowych obliczeń.

## 2.2. Nerozpoznane przyczyny trudności

### Dlaczego uczeń ma trudności z nauką matematyki?

Odpowiedź na to pytanie jest trudna zarówno dla nauczyciela, jak i psychologa czy pedagoga. Ponieważ każde dziecko jest inne, ten sam problem może przejawiać się inaczej u każdego ucznia. Obowiązkiem nauczyciela jest dokładna analiza opinii, orzeczenia lub innych dokumentów wydanych przez specjalistów. Do jego zadań należy również ustalenie, z czego wynikają trudności ucznia, oraz dokładne zapoznanie się z zaleceniami diagnostów. Kolejnym krokiem jest przygotowanie przez nauczyciela listy dostosowań pod kątem nauczania matematyki, uwzględniających trudności dziecka. Na tym etapie wskazana jest także konsultacja z psychologiem lub pedagogiem szkolnym. Nauczyciel powinien też rozważyć odbycie dodatkowych szkoleń, których celem byłoby udzielanie uczniowi efektywnej pomocy.

**Jeśli nauczyciel nie wie, dlaczego uczeń nie jest w stanie zrozumieć zagadnień matematycznych, to powinien:**

- ◆ sprawdzić różne metody i formy pracy;
- ◆ zapytać ucznia, kiedy jest mu łatwiej pracować;
- ◆ zwrócić się do specjalistów z prośbą o poradę;
- ◆ ustalić z rodzicami, jakie umiejętności można ćwiczyć z dzieckiem w domu (tabliczkę mnożenia, rysowanie figur na dużych kartonach, krojenie batoników, owoców na części, znajdowanie wspólnego mianownika, zapisywanie ułamków dziesiętnych i wykonywane działań pisemnych).



**Aby uzyskać spodziewane efekty, nauczyciel musi wiedzieć, jak reagować na następujące zachowania ucznia:**

◆ **uczeń nie odpowiada na pytania, o nic nie pyta**

Nie należy zmuszać ucznia do odpowiadania na forum klasy. Lepiej porozmawiać z nim w czasie przerwy lub poprosić, by udzielił odpowiedzi w formie pisemnej. Rozmowę można rozpocząć od poruszenia tematu pozaszkolnego, a następnie omówić problem matematyczny.

◆ **uczeń zachowuje się w sposób agresywny**

Nauczyciel powinien zachować spokój i dać uczniowi czas na wyciszenie, najlepiej w odosobnieniu, a następnie wyjaśnić, co go zdenerwowało, i pomóc rozwiązać problem. Uczeń powinien usłyszeć, że jest ważny dla nauczyciela.

◆ **uczeń wychodzi z sali lekcyjnej**

Należy ustalić wcześniej, kto będzie pomagał nauczycielowi podczas lekcji. Szukając ucznia, który opuścił salę lekcyjną, nauczyciel nie może narazić klasy na pozostawanie bez opieki. Konieczne jest wcześniejsze przygotowanie się na takie sytuacje i wskazanie uczniowi miejsca, w którym będzie mógł się wyciszyć, oraz wyznaczenie osoby odpowiedzialnej za jego bezpieczeństwo. Uczeń powinien wiedzieć, w jakich okolicznościach może wyjść z sali i jak ma się zachowywać. Konieczne jest też określenie zasad uzupełnienia materiału z fragmentu lekcji, na którym uczeń był nieobecny.

◆ **uczeń nie chce sporządzać notatek**

Nauczyciel powinien ustalić, co jest przyczyną takiej postawy ucznia. Jeśli ma on trudności z szybkim pisaniem i nie nadąża z notowaniem, wskazane jest przygotowanie dla niego notatki z lekcji, zawierającej najważniejsze zagadnienia, po to by mógł się skupić na omawianych zadaniach.

Nauczyciel powinien wskazać uczniowi materiały, z których może skorzystać w celu uzupełnienia informacji. Materiały muszą być przejrzyste, nieskomplikowane i nieprzypadkowe, powinny być dostosowane do potrzeb ucznia. Istotne dla ucznia są: wielkość czcionki, rozmieszczenie treści na stronie, kolor liter i cyfr oraz zrozumiały język.

Najlepiej, jeśli nauczyciel wcześniej samodzielnie przygotowuje karty pracy lub inne materiały. Ponieważ zna ucznia, więc wie, jakie dostosowania będą dla niego najkorzystniejsze.

**Dostosowania uwzględniające trudności uczniów:**◆ **uczeń niedowidzący**

Konieczne jest wyznaczenie uczniowi miejsca blisko tablicy, zadbanie o dobre oświetlenie tego miejsca, wyposażenie w kartę pracy i inne materiały przygotowane większą czcionką. W czasie zajęć konieczne jest wygłaszanie komentarza do wszystkich omawianych zagadnień, nawet jeśli nauczyciel rysuje lub pisze. Nie należy zwalniać ucznia z prowadzenia zeszytu, natomiast nie powinien on podlegać ocenie. Nauczyciel musi kontrolować dokładność notatek i poprawność rysunków. W przypadku uczniów niewidomych warto zorganizować zajęcia z orientacji w terenie.

◆ **uczeń liczy tylko w pamięci**

Nauczyciel powinien ustalić przyczynę liczenia tylko w pamięci i stwierdzić, czy jest ono następstwem wybitnych uzdolnień ucznia. Powinien także skontrolować, czy uzyskiwane przez ucznia wyniki są prawidłowe.

Nauczyciel powinien sprawdzić powody błędnego wykonywania obliczeń przez ucznia, ponieważ w młodszych klasach mógł nie opanować działań pisemnych. Powinien stwierdzić, czy jego obecne trudności są właśnie tym spowodowane. Jeśli uczeń ma zaległości, należy zaproponować mu pomoc w formie zajęć dodatkowych, podczas których uzupełni braki.

◆ **uczeń nie chce rysować**

Najprawdopodobniej uczeń nie potrafi rysować prawidłowo. Należy wyjaśnić, że rysunki nie będą oceniane. Wskazane jest podanie instrukcji, zgodnie z którą uczeń będzie mógł poprawnie wykonać rysunek. Trzeba też wyznaczyć czas na jego wykonanie. Jeśli mimo pomocy nauczyciela uczeń nie radzi sobie, można przygotować z uczniem rysunek komputerowy lub skorzystać z rysunków gotowych.

◆ **uczeń kładzie głowę na ławkę, jest śpiący**

Nauczyciel musi przeprowadzić rozmowę z wychowawcą lub rodzicem dziecka oraz ustalić, o której godzinie uczeń chodzi spać, czy nocami nie gra w gry komputerowe, czy na stałe przyjmuje leki. Może się zdarzyć, że budzenie go w trakcie lekcji nie przyniesie spodziewanego efektu. W takiej sytuacji, w porozumieniu z uczniem, rodzicami i specjalistą (pedagogiem, psychologiem), należy określić zasady uzupełnienia omawianego na lekcji materiału. Można także poprosić rodziców o konsultację z lekarzem oraz przedstawienie opinii lekarskiej w tej sprawie.

◆ **uczeń często jest nieobecny na matematyce**

Istotne jest określenie przyczyn takiej sytuacji i sprawdzenie, czy nieobecności ucznia w szkole są usprawiedliwione przez rodziców lub lekarza. Jeśli uczeń bez wiedzy opiekunów opuszczał lekcje, należy zorganizować spotkanie z rodzicami i psychologiem oraz zaprosić ucznia do udziału w nim. Rozmowę powinien poprowadzić psycholog, który musi zadbać o zapewnienie właściwych warunków rozmowy. Uczeń powinien czuć się bezpiecznie i mieć możliwość wyjaśnienia przyczyn swojego zachowania. W trakcie spotkania należy określić zasady dalszego postępowania ucznia i szkoły. W celu uzupełnienia materiału z lekcji trzeba ustalić terminy zajęć dodatkowych i ich zakres.

◆ **uczeń unika niektórych czynności lub pracy zespołowej**

Uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi mogą mieć problemy z komunikacją i nawiązywaniem kontaktów. Aby uczeń ze SPE pracował w zespole, należy przygotować do tego zarówno grupę rówieśniczą, jak i ucznia. Trzeba ustalić zasady współpracy uczniów: przydzielić im zadania, określić terminy i miejsca spotkań, omówić sposób oceniania oraz przebieg jego prezentacji. W razie zmian w przyjętej formule pracy w klasie konieczne jest poinformowanie o tym uczniów. Ponieważ uczniowie ze SPE nie lubią i zazwyczaj unikają nagłych modyfikacji, należy ich o tym uprzedzić oraz wysłuchać ich opinii.

Uczeń, który ma trudności ze zrozumieniem tematów poruszanych na lekcjach, często szuka drogi ucieczki. Z lęku przed ośmieszeniem wybiera postawę negatywną i nie uczestniczy w zajęciach, prezentując zachowania trudne do zaakceptowania przez otoczenie.



### **3. ORGANIZACJA PRACY NA LEKCJI MATEMATYKI Z UCZNIEM ZE SPECJALNYMI POTRZEBAMI EDUKACYJNYMI**

W codziennej pracy pedagogicznej nauczyciel ma kontakt z różnymi uczniami, spośród których część wymaga szczególnej uwagi oraz stworzenia odpowiednich warunków, umożliwiających opanowanie materiału szkolnego. W tym celu należy poznać uczniów – zarówno ich mocne strony, jak i konkretne dysfunkcje mające wpływ na funkcjonowanie dziecka w klasie – oraz stwierdzić, jakie są ich możliwości edukacyjne.

Wobec dziecka ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi nauczyciele muszą przyjmować postawę zgodną z zaleceniami specjalistów z poradni psychologiczno-pedagogicznej, zawartymi w orzeczeniu lub opinii. Na tej bazie powinni opracować metody i formy dostosowane do indywidualnych potrzeb ucznia ze SPE. Każdy przypadek należy traktować indywidualnie, ponieważ bardzo często zdarza się, że uczniowie z tą samą dysfunkcją prezentują odmienne trudności i w związku z tym wymagają innych form pracy.

Nauczanie matematyki jest w znacznym stopniu związane z wypracowaniem przyjaznych relacji oraz ustaleniem z uczniem konkretnych zasad współpracy.

W działaniach podejmowanych przez nauczyciela istotną rolę pełni klasa, do której uczęszcza uczeń ze SPE. Zadaniem nauczyciela jest zatem wytłumaczenie pozostałym uczniom powodów zmian w organizacji zajęć oraz poświęcania uczniowi z trudnościami większej uwagi. Nauczyciel powinien także uwzględniać pracę dziecka z grupą rówieśniczą w celu stworzenia dobrej atmosfery w klasie.

#### **3.1. Praca z uczniem z zespołem Aspergera**

Aby zaplanować proces dydaktyczny, dostosowany do potrzeb ucznia z zespołem Aspergera (ZA), należy przede wszystkim spotkać się z uczniem i jego rodzicami. Podczas kilku rozmów nauczyciel ma sposobność omówienia zaproponowanych metod pracy, ma też okazję zyskać zaufanie zarówno rodziców, jak i dziecka. Niezwykle ważne jest, aby uczeń został przekonany o dobrych intencjach nauczyciela i chciał z nim współpracować. Indywidualne spotkania z uczniem stanowią doskonały wstęp do dalszej pracy na lekcjach.

Nauczycielowi matematyki jest znacznie łatwiej ustalić zasady organizacji pracy na kolejnych zajęciach, jeśli uzyska akceptację wszystkich uczniów i ich rodziców. Dlatego dalszym etapem pracy matematyka jest rozmowa z wychowawcą i całą klasą, podczas której uczniowie powinni poznać ustalone zasady organizacji lekcji i związane z nimi zmiany.

Zajęcia dydaktyczne należy przygotowywać, uwzględniając potrzeby całej klasy. Wcześniej-  
sze opracowanie materiałów stanowi czynnik wpływający na podniesienie efektywności  
pracy na lekcjach.

Nauczyciel pracujący z uczniem z zespołem Aspergera powinien unikać metafor i zadawania  
otwartych, niejasnych pytań. Komunikaty i odpowiedzi, które kieruje do ucznia, powinny  
być krótkie i konkretne. Wskazane jest częste upewnianie się, czy uczeń zrozumiał podane  
informacje. Warto stosować schematy graficzne lub tabele jako instrukcje do zadań.

Ucniów z ZA charakteryzuje niekontrolowanie emocji. W sytuacjach trudnych reagują  
lękiem i złością, a ich gwałtowne reakcje najczęściej wynikają z niezrozumienia omawianej  
partii materiału lub braku akceptacji w grupie rówieśniczej.

Ucniowie z ZA mają trudności z okazywaniem uczuć w sposób akceptowalny społecznie.  
W związku z tym nauczyciel, podejmując działania dydaktyczne, powinien uwzględnić  
także i ten problem oraz reagować z wyprzedzeniem.

Należy wzmacniać każde poprawne zachowanie ucznia i eksponować je na tle grupy rówie-  
śniczej. Uczniowie ze spektrum autyzmu nie lubią i nie rozumieją rywalizacji, więc utrudnia  
to pracę w grupach. Uczniowie ci źle znoszą porażkę, co wpływa na ich niską samoocenę.

Nauczyciel, organizując uczniowi ze SPE pracę na lekcji, powinien zapewnić mu odpo-  
wiednie miejsce, umożliwiające bezpośredni kontakt z nauczycielem oraz ograniczające  
działanie czynników negatywnie wpływających na skupienie się.

Podczas zajęć nauczyciel powinien sprawdzać, czy uczeń zanotował najistotniejsze wiado-  
mości z lekcji i temat pracy domowej. Niezbędnie jest kontrolowanie sposobu wykonywania  
przez niego zadań. Aby ograniczyć wpływ stresu, będącego wynikiem oceniania postępów  
ucznia, można ustalić z nim formę sprawdzania wiedzy i zaproponować sposób udzielania  
odpowiedzi – ustny lub pisemny.

Organizacja pracy na lekcji powinna uwzględniać wcześniejsze przygotowanie przez na-  
uczyciela materiałów do pracy w grupach. W pierwszej fazie zajęć trzeba wytłumaczyć  
wszystkim uczniom temat lekcji. W tym celu można wykorzystać formy pracy dostosowane  
do potrzeb ucznia z dysfunkcjami, np. przestrzennie przedstawić na planszach konkretne  
definicje czy wzory, bez przytaczania nadmiaru szczegółów.

Podczas omawiania tematu wskazane jest imienne zwracanie się do ucznia z trudnościa-  
mi w celu sprawdzenia, czy rozumie on poruszane zagadnienia. Uczeń z ZA będzie wtedy

wiedział, że nauczyciel mówi do niego. W trakcie wykonywania na tablicy przykładowych ćwiczeń nauczyciel powinien upewnić się, czy uczeń z ZA zdążył wszystko zanotować. Z podobnymi pytaniami można zwracać się także do pozostałych uczniów. Jeśli uczeń z ZA nie nadąży z pisaniem, powinien otrzymać od nauczyciela wcześniej przygotowaną notatkę, którą ma wkleić do zeszytu. Jeśli pozostali uczniowie nie przepiszą z tablicy przykładów, także powinni otrzymać notatki uzupełniające. Taka postawa nauczyciela, prezentowana wobec całej klasy, pozwoli na zatarcie różnicy w traktowaniu uczniów.

Aby zyskać czas na indywidualną pracę z uczniem ze SPE, warto przygotować pozostałym uczniom instrukcję zawierającą wskazówki dotyczące wykonywania przykładów przewidzianych do rozwiązania podczas lekcji. Wymaga to jednak wcześniejszych ustaleń z klasą i jej zgody na taki tryb pracy. Wszyscy uczniowie powinni mieć pewność, że nauczyciel poświęca im czas i uwzględnia ich potrzeby.

Uczniom uzdolnionym matematycznie należy opracować na kartach pracy dodatkowe zadania, dzięki czemu będą realizowali program w ramach swoich indywidualnych możliwości. W odniesieniu do prostych zadań można wprowadzić ocenianie koleżeńskie w parach. Uzyskane przez uczniów wyniki powinny być sprawdzone wspólnie z nauczycielem.

Nauczyciel, obserwując klasę, powinien zwrócić szczególną uwagę na relacje pomiędzy uczniami. W grupie prawdopodobnie znajdzie się osoba, która mogłaby wspierać ucznia ze SPE – dlatego warto poprosić ją o pomoc, np. podczas zajęć w parach, trzeba jednak pamiętać o kontrolowaniu tej współpracy.

Niektórzy uczniowie z ZA szybko liczą w pamięci i podają właściwy wynik. Niekiedy robią to szybciej od nauczyciela, nie potrafią jednak prawidłowo zapisać całego zadania. W takiej sytuacji można poprosić, aby uczeń omówił sposób rozwiązania, a potem razem je zapisać. Warto też zaangażować pozostałych uczniów do wspólnej analizy zadania. Jeśli uczeń z ZA robi błędy w obliczeniach, należy także oceniać prawidłowość jego rozumowania. Niezwykle istotne jest, aby pamiętać o chwaleniu uczniów za dobrze wykonaną pracę.

Skuteczną metodą pracy z klasą jest dzielenie zadań na części i zadawanie krótkich prac domowych.

### **3.2. Praca z uczniem z ADHD**

Uczniów z ADHD (ang. *Attention Deficit Hyperactivity Disorder*) charakteryzuje brak koncentracji, nadmierna ruchliwość, impulsywność i kłopoty z zapamiętywaniem. Potrzebują oni zrozumienia i pozytywnego wsparcia ze strony opiekunów i nauczycieli.

Na zajęciach uczniowie z ADHD pracują bardzo nierówno, podczas rozwiązywania zadań gubią się w zapisach i operacjach matematycznych, popełniają mnóstwo błędów rachunkowych. Chcąc spowodować maksymalne skupienie się ucznia z ADHD w trakcie omawiania zadań, można wykorzystywać ruch, gesty i dotyk.

Nauczyciel, zwracając się do dziecka z ADHD, musi przejrzysto formułować wskazówki i precyzować swoje oczekiwania. Lekcjom powinien nadać dynamiczny charakter, pobudzając w ten sposób wyobraźnię i ciekawość dziecka. Musi unikać zbędnych szczegółów i rozproszenia uwagi ucznia, motywować i podkreślać potrzebę skupienia, a wkrótce przekona się, że w pracy z dzieckiem z ADHD efektywne są wszystkie metody wizualne. Mniej skuteczne okazuje się nagradzanie tych uczniów, w odróżnieniu od dzieci z innymi dysfunkcjami.

Aby zaplanować efektywny model pracy z uczniem z ADHD, należy koniecznie uwzględnić jego indywidualne potrzeby i dostosować do nich właściwe metody. Punktem wyjścia w pracy na lekcjach jest wskazanie uczniowi jego miejsca w klasie, które musi być oddalone od okien i drzwi. Trzeba również ustalić stały porządek dnia, żeby ograniczyć działanie rozpraszających bodźców.

Uczniowie z ADHD, często z powodu rozproszenia uwagi, nie notują na lekcji najważniejszych informacji, dlatego nauczyciel na zajęcia z nimi powinien przygotowywać notatki do wklejania. Podczas lekcji warto, by omawiał każde zadanie, zwracając się bezpośrednio do ucznia z dysfunkcją.

Nauczyciel, biorąc pod uwagę deficyt uwagi ucznia z ADHD, powinien zaplanować dla niego krótkie przerwy, podczas których uczeń np. wytrze tablicę i rozda kolegom materiały. Istotne jest, aby wszystkie informacje przekazywane w trakcie zajęć były zwarte i precyzyjne. W notatkach przygotowanych dla ucznia wskazane jest zaznaczenie najważniejszych fragmentów inną czcionką.

Uczniowie z ADHD bardzo często zabierają głos w nieodpowiednich momentach lekcji i odbiegają od poruszanego tematu. W celu skupienia uwagi ucznia należy zainteresować go zadaniami, odnosząc się w ich treści do pasji ucznia, przykładowo do sportu. Dobrze, jeśli nawiązanie to ma charakter praktyczny. W trakcie lekcji, dotyczącej na przykład wprowadzenia elementów GeoGebry lub nowoczesnych aplikacji, przydatne będą pomoce dydaktyczne, które uczeń może prezentować wspólnie z nauczycielem.

Praca dydaktyczna z uczniami z ADHD, u których występują dodatkowo dysleksja, dysgrafia czy dyskalkulia, wymaga od nauczyciela poszukiwania metod ułatwiających opanowanie zagadnień ściśle matematycznych, takich jak np. obliczenia rachunkowe. U uczniów z ADHD silniej manifestuje się zniechęcenie, ponieważ nauka oznacza dla nich głównie porażki.



Dzieci te potrzebują dużego wsparcia ze strony dorosłych, bo matematyka wymaga ogromnego skupienia i bezbłędnego liczenia.

Zasady, które powinny być stosowane przez nauczyciela w pracy z uczniem z ADHD:

- ◆ powtarzanie poleceń;
- ◆ zadawanie do rozwiązania tylko jednego zadania na raz;
- ◆ kontrolowanie postępów ucznia w obliczeniach (w celu uniknięcia błędów w obliczeniach pamięciowych);
- ◆ kontrolowanie czasu pracy i informowanie ucznia o czasie pozostałym na skończenie zadania;
- ◆ sprawdzanie prawidłowości zapisów sporządzanych w trakcie rozwiązywania zadań z treścią (egzekwowanie wypisywania danych, szukanych i wzorów);
- ◆ wykorzystywanie przez ucznia kartek w formacie A4;
- ◆ dbałość o staranne przygotowanie informacji dla uczniów poprzez unikanie skrótów myślowych;
- ◆ utrzymywanie stałego kontaktu z rodzicami.

### 3.3. Praca z uczniem z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim

Uczniowie z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim mają gorszą pamięć logiczną, w związku z czym w dużo wolniejszym tempie zachodzą u nich procesy myślowe. Trudność sprawia im przechodzenie od spostrzegania obrazu do obserwacji. Uczniowie ci nie rozumieją abstrahowania i uogólniania, bardzo krótko utrzymują skupienie. Nauczyciel musi zatem dostosować wymagania edukacyjne do ich indywidualnych możliwości.

W sferze emocjonalnej uczniowie niepełnosprawni intelektualnie w stopniu lekkim mają takie same potrzeby jak inne dzieci. Potrzebują przyjaźni i akceptacji – dlatego istotne jest, by pozostali uczniowie i ich rodzice rozumieli przyczynę wprowadzania przez nauczyciela zmian w procesie dydaktycznym i nie izolowali ucznia ze SPE.

Nauczyciel matematyki powinien wykorzystywać na swoich zajęciach metody uwzględniające potrzeby wszystkich uczniów. Zdolniejsi uczniowie będą wówczas mieli możliwość powtórzenia materiału i rozwiązywania przykładów o wyższym stopniu trudności, natomiast uczeń ze SPE będzie powoli wprowadzany w dany temat. Nauczyciel powinien także określić jasne kryteria oceniania ucznia ze SPE.

Uczeń niepełnosprawny intelektualnie w stopniu lekkim wymaga ciągłego wsparcia ze strony nauczyciela. Powinien czuć się bezpiecznie i wiedzieć, że jest tak samo ważny jak pozostałe dzieci. W pracy dydaktycznej z uczniem ze SPE nauczyciel powinien wykorzystywać

przygotowane dla niego karty pracy, uproszczone gry dydaktyczne, liczniki, zegary, kalendarze, klocki. Istotne jest stosowanie przez nauczyciela pochwał i pozytywne motywowanie ucznia. *Mów dziecku, że jest dobre, że może, że potrafi* (J. Korczak).

Relacja pomiędzy uczniem ze SPE a nauczycielem powinna być zbudowana na zaufaniu i przekonaniu, że wszystko można nadrobić. Istotne jest, aby nauczyciel doceniał wysiłek dziecka i je wspierał. Jeśli uczeń jest uzdolniony, trzeba stworzyć mu warunki umożliwiające realizację potrzeb, poszerzać jego wiedzę, uwzględniając indywidualne możliwości ucznia.



**Julka:**

*Byłam nieśmiała i bałam się pani od matematyki. Wstydziłam się prosić o pomoc koleżanki i kolegów, a rodzice nie potrafili mi pomóc w rozwiązywaniu zadań. Czułam się bezradna i opuszczona. Zaległości narastały.*

Szkolne relacje ucznia z nauczycielami i rówieśnikami stanowią ważny element procesu nauczania, choć nie bez znaczenia jest także wsparcie dziecka przez rodziców.

Świadomość bezpieczeństwa i akceptacji, wzmacnianie poczucia własnej wartości to czynniki mające wpływ na pozytywny efekt podejmowanych działań dydaktycznych na lekcjach matematyki.

## 4. PRAKTYCZNE PRZYKŁADY PRACY Z UCZNIEM ZE SPECJALNYMI POTRZEBAMI EDUKACYJNYMI NA LEKCJACH MATEMATYKI

Nauczyciel, przystępując do prowadzenia zajęć dydaktycznych z uczniami ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, powinien pamiętać, że:

- ◆ dla uczniów z klas młodszych szczególnie ważna jest nauka przez zabawę;
- ◆ doświadczenia i eksperymenty przeprowadzane przez nauczyciela umożliwiają za-demonstrowanie uczniom praktycznego zastosowania matematyki;
- ◆ sporządzanie przez dzieci notatek z lekcji, z użyciem kolorów i symboli, ułatwia im zapamiętywanie;
- ◆ warto przygotowywać uczniom rysunki do zadań lub razem z nimi wykonywać prace plastyczne.

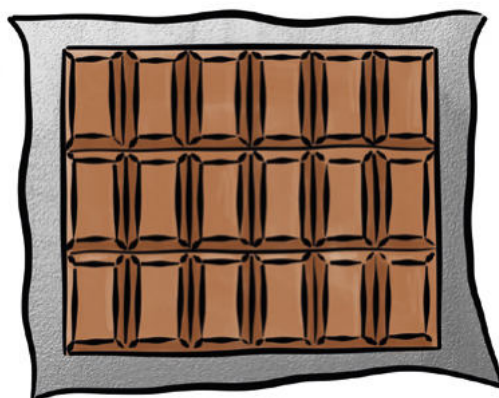
### Przykład 7

#### Ułamki zwykłe w praktyce

W pracy z dziećmi, zwłaszcza ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, warto wykorzy-stywać metody pozwalające na zilustrowanie omawianego zagadnienia, ponieważ wielu uczniów nie potrafi wyobrazić sobie treści podanej w zadaniu. Nauczyciel, tłumacząc dzieciom ułamki, może np. wykorzystać tabliczkę czekolady i dzielić ją na kostki. Metoda ta pozwala na zademonstrowanie uczniom zasady tworzenia i zapisywania ułamków.

#### Zadanie

Tabliczka czekolady ma 18 kostek.



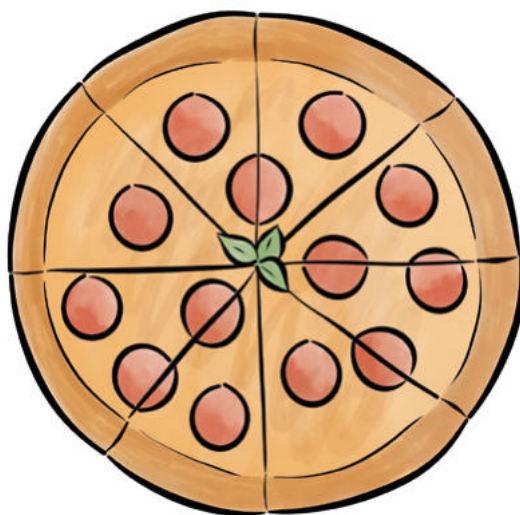
Jeśli zjesz 3 kostki, to zjadłeś  $\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$  tabliczki czekolady.

$$\frac{3 : 3}{18 : 3} = \frac{1}{6}$$



**Zadanie**

Jeśli uczniowie zobaczą, że jeżeli 8 osób zje po jednym kawałku pizzy, to każda z tych osób zje  $\frac{1}{8}$  pizzy.



Omawiając powyższe zadanie, można zadać uczniom następujące pytania:

- ◆ Jaką część pizzy zjadły 3 osoby?
- ◆ Czy ten ułamek można skrócić?

Warto pokazać uczniom znaczenie ułamków w codziennym życiu. Podczas zajęć praktycznych z wykorzystaniem batoników, owoców czy wafelków uczniowie powinni dzielić je na części i określać ułamki. Mogą także dodawać części do siebie lub odejmować, zjadając np. kawałki czekolady. Taka zabawa uświadomi uczniom, że na co dzień posługujemy się ułamkami.

W zadaniach egzaminacyjnych, których tematem są pieniądze, pojawiają się ułamki dziesiętne. Należy pamiętać jednak, że nie wszyscy uczniowie, nawet ci ze starszych klas, znają nominały. Często zdarza się bowiem, że rodzice nie wprowadzają swoich dzieci w świat zakupów i wykonują za nie większość czynności, zakładając, że dzieci z dysfunkcjami nie poradzą sobie z takimi obowiązkami.

Omawianie tej partii materiału nauczyciel powinien zacząć od pogadanki w klasie, podczas której będzie mógł ustalić poziom wiedzy uczniów na temat cen, pieniędzy i zasad obowiązujących przy wydawaniu reszty. Na lekcji warto pokazać banknoty i monety oraz zapytać uczniów, czy wiedzą, co oznacza określenie „promocja”. Dopiero po takim wprowadzeniu można przejść do przykładów i zadań, np.:

- ◆ 1 złoty = 100 groszy
- ◆ 5 złotych =  $5 \times 100$  groszy = 500 groszy

**Julka:**

*W szkole podstawowej nie rozumiałam, że 3,4 oznacza to samo co 3 złote i 40 groszy. Nauczyciel nie wiedział, że tego nie rozumiem.*

- ◆ Podczas lekcji nauczyciel powinien sprawdzać, czy uczeń wykonuje zadania. Jeśli nie, to musi ustalić przyczynę jego zachowania. Możliwe, że brak aktywności ucznia nie wynika z lenistwa, ale z niezrozumienia omawianego zagadnienia.
- ◆ W zależności od sytuacji nauczyciel może skorzystać z pomocy specjalisty, np. psychologa szkolnego, lub wsparcia innego nauczyciela matematyki.

Uwzględniając trudności uczniów, na zajęciach dodatkowych można dokładnie przeanalizować zadania z treścią dotyczące robienia zakupów.

**Przykład 8****Działania na ułamkach dziesiętnych****Zadanie**

Julka dostała 100 zł i poszła na zakupy.



Chce kupić:

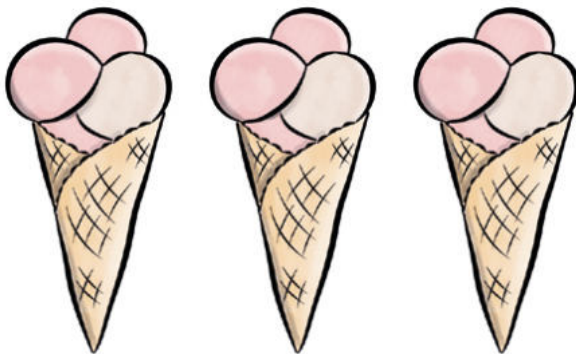
- ◆ portfel za 10,99 zł



- ◆ colę za 2,40 zł



- ◆ 3 lody po 4,20 zł za sztukę



Ile Julka wyda pieniędzy?

Ile otrzyma reszty?

Jeśli uczeń nie potrafi rozwiązać takiego zadania, nauczyciel powinien dowiedzieć się, co dziecko wie o robieniu zakupów. Musi ustalić, czy uczeń rozumie znaczenie słów: zapłacić i reszta oraz czy zna zasady zachowania w sklepie. Następnie powinien omówić kwestię zapisania: 2,40 zł. Możliwe, że uczeń tego nie rozumie i nie wie, że to 2 zł i 40 gr. Możliwe także, że dziecko nie wie, ile groszy trzeba dodać, żeby otrzymać złotówkę.

W kolejnej fazie lekcji nauczyciel powinien przedstawić uczniom kwestię cen w sytuacji, jeśli kupowaliby kilka przedmiotów. Uczeń powinien rozumieć, że należy dodać do siebie ceny poszczególnych składników zakupów, aby uzyskać końcową kwotę do zapłaty. Wskazane

jest, by przedstawić to zagadnienie praktycznie, z wykorzystaniem prostych monet: 2 zł, 1 zł, 50 gr, po czym można powrócić do cen wskazanych w zadaniu.

Wtedy należy zapytać, ile będą kosztowały 3 lody, jeśli jeden kosztuje 4,20 zł. Uczeń powinien samodzielnie dojść do wniosku, że cenę jednostkową loda należy wcześniej pomnożyć razy 3 i dodać pozostałe ceny, aby uzyskać wynik końcowy.

Dzieci samodzielnie mogą zilustrować tę sytuację i wykonać obliczenie, a następnie porównać wyniki. Jeśli będą one różne, powinny wspólnie znaleźć błędy i omówić je z nauczycielem.



**Julka:**

*W mojej szkole nauczyciel nie analizował w ten sposób zadań. Niektórzy uczniowie nie mieli trudności z ich rozwiązywaniem, więc szybko podawali wynik i przechodziliśmy do następnych przykładów. Ja jednak nie miałam odwagi, by poprosić nauczyciela o ponowne wytłumaczenie zadania.*

Umiejętności mnożenia i działań pisemnych warunkują prawidłowe rozwiązywanie zadań.

**Zadanie egzaminacyjne<sup>1</sup>**

Za 30 dag orzechów pistacjowych zapłacono 15,75 zł.

Oceń prawdziwość podanych zdań.

Wybierz **P** – jeśli zdanie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe.

Za 40 dag tych orzechów należy zapłacić 21 zł. **P** **F**

Cena 1 kg tych orzechów jest równa 52,50 zł. **P** **F**

Aby rozwiązać to zadanie, uczeń powinien mieć wiadomości omawiane powyżej.

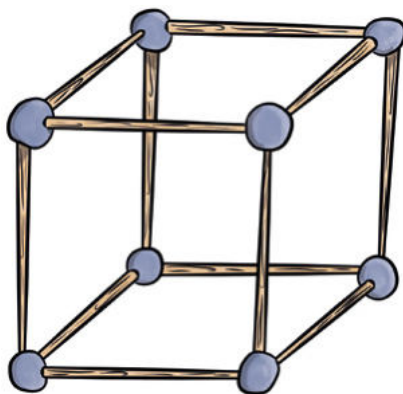
<sup>1</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator\\_P1\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator_P1_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

**Przykład 9****Sześcian i prostopadłościan**

Geometria w klasach młodszych może u niektórych dzieci budzić negatywne emocje. Jeśli uczniowie mają trudności z rysowaniem, to zadania z elementami graficznymi będą dla nich dużym wyzwaniem, któremu nie sprostają bez wsparcia nauczyciela. W takim przypadku nauczyciel matematyki powinien sprawdzić, w jakim stopniu uczniowie mogą samodzielnie wykonywać polecenia i w którym momencie konieczna jest jego pomoc.

Nie można wymagać od uczniów z trudnościami rzeczy dla nich niemożliwych. W celu ograniczenia negatywnych czynników na lekcjach geometrii warto korzystać z półgotowych modeli i bawić się nimi z uczniami.

Poniższy rysunek przedstawia model wykonany z wykałaczek i plasteliny.



Praca z wykorzystaniem modelu to doskonałe ćwiczenie ręki. Na rysunku widać, że wierzchołki sześcianu to kulki z plasteliny, a jego krawędzie zrobione są z wykałaczek. Ściany modelu tworzą kwadraty. Uczniowie mogą policzyć, ile jest poszczególnych elementów i zobaczyć, jak są ułożone.

Jako modele można wykorzystać klocki drewniane, magnetyczne lub gotowe bryły. Dzieci w trakcie zajęć mogą samodzielnie wykonywać jak najwięcej czynności. Jeśli dysfunkcje dziecka uniemożliwiają mu prace manualne, można skorzystać z gotowych aplikacji GeoGebry<sup>2</sup>.

Zapamiętanie kształtu bryły będzie łatwiejsze, jeśli uczniowie samodzielnie wykonają model. Aby uczeń mógł poprawnie obliczyć powierzchnię i objętość bryły, powinien mieć wiedzę na temat jej wyglądu, właściwości i rozkładu na siatce. Wiedza ta jest niezbędną!

<sup>2</sup> <https://sites.google.com/adys.edu.pl/szkola-podstawowa-adys>  
<https://sites.google.com/adys.edu.pl/liceum>



**Julka:**

Miałam policzyć, ile papieru potrzebuję na oklejenie kostki sześcianu o boku 5 cm. Nie umiałam poprawnie wykonać obliczenia. Nie wiedziałam, od czego powinnam zacząć, ale pomogła mi koleżanka starszej siostry. Rozwiązywanie zadania zaczęła od postawienia pytań, czy wiem, jak wygląda kostka Rubika i czy mam taką w domu. Przyniosłam więc kostkę Rubika. Omówiliśmy, z czego się składa i jakie ma ściany. Postanowiłam okleić papierem pudełko po zużytych perfumach, przypominające kostkę. Moja korepetytorka zapytała, co będzie mi potrzebne do wykonania tego zadania. Potrzebowałam 6 kwadratów, ale nie wiedziałam, w jaki sposób policzyć ilość papieru niezbędną do ich wycięcia.

- ◆ Nauczyciel powinien powtórzyć z uczniem lekcję dotyczącą obliczania pola kwadratu.

**Julka:**

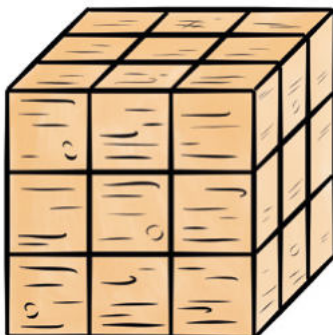
Nie wiedziałam, że pole kwadratu oznacza to samo co ilość papieru przewidziana na jedną ścianę. Dowiedziałam się także, że pole kwadratu o boku 5 cm jest równe  $25 \text{ cm}^2$ , to znaczy, że mieści się w nim 25 kwadracików o boku 1 cm. Wycięłam małe kwadraciki i wykleiłam nimi jedną ścianę. Biorąc pod uwagę, że takich ścian było 6, dodałam 6 razy to samo. Wyszło mi  $150 \text{ cm}^2$ .

Nie można krytykować ucznia za błędny wynik. Nauczyciel powinien zaprezentować, jak prawidłowo wykonać zadanie: pomnożyć 25 razy 6 ścian, co da 150.

- ◆ Przed zajęciami dotyczącymi brył konieczne jest powtórzenie z uczniami zagadnień z zakresu figur płaskich.
- ◆ Należy zachęcać uczniów do stosowania własnych pomysłów.

**Zadanie egzaminacyjne<sup>3</sup>**

Drewnianą kostkę sześciennej o krawędzi długości 30 cm rozcięto na 27 jednakowych mniejszych sześciennej kostek. Z 8 takich małych kostek ułożono nowy sześcian.



<sup>3</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna,

[https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator\\_P1\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator_P1_matematyka.pdf)  
(dostęp: 12 sierpnia 2018).

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe.

Pole powierzchni nowego sześcianu jest równe $4800 \text{ cm}^2$	<b>P</b>	<b>F</b>
Objętość nowego sześcianu jest równa $8000 \text{ cm}^3$	<b>P</b>	<b>F</b>

Rozwiązanie powyższego zadania ułatwi uczniom wykonanie modelu bryły. Treść zadania potwierdza też, jak istotne są wiadomości wynikające z zadania omawianego wcześniej.

W celu wykonania modelu sześcianu należy przygotować kilkanaście kostek o równych bokach i poprosić jednego z uczniów, aby ułożył model widoczny na ilustracji. Konieczne jest wcześniejsze ustalenie (wykorzystując dane z zadania – długość boku  $30 \text{ cm}$ ), jaką długość w rozpatrywanym przypadku powinien mieć bok jednej kostki.

8 wybranych kostek zostanie wykorzystanych do ułożenia sześcianu. Uczeń powinien sam dojść do wniosku, że nowa kostka, składająca się z 8 małych kostek, ma ściany o boku  $20 \text{ cm}$  (widzi na swoim modelu dwa razy po  $10 \text{ cm}$ ). Następnie powinien obliczyć pole kwadratu o boku  $20 \text{ cm}$  oraz objętość sześcianu.

$$P = 20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2 \text{ (pole kwadratu)}$$

$$400 \text{ cm}^2 \times 6 \text{ (ilość ścian)} = 2400 \text{ cm}^2 \text{ (powierzchnia)}$$

$$V = 20 \times 20 \times 20 = 8000 \text{ cm}^3 \text{ (objętość)}$$

- ◆ Nauczyciel powinien wcześniej powtórzyć z uczniami tematy dotyczące jednostek i pola kwadratu.
- ◆ Samodzielne przygotowanie przez ucznia modelu sześcianu i możliwość przestawiania kostek są pomocne w prawidłowym rozwiązaniu tego zadania.



**Julka:**

*W kolejnych latach edukacji miałam wsparcie nauczyciela i starszej koleżanki, dzięki której matematyka stawała się dla mnie łatwiejsza. Postanowiłam sama pomagać innym uczniom. Moim podopiecznym został Krzyś – uczeń VII klasy.*

## 5. MATEMATYKA W KLASIE VII

Matematyka jest jednym z przedmiotów obowiązkowych na egzaminie ósmoklasisty. Egzamin ma pokazać, w jakim stopniu uczeń kończący VIII klasę szkoły podstawowej opłanoł treści ujęte w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla pierwszych dwóch etapów edukacyjnych: klas I–VIII. Przygotowania do czekającego ucznia egzaminu należy rozpocząć już w klasie VII.



### **Krzyś:**

Nazywam się Krzyś. Opowiem o moich przygotowaniach do egzaminu ósmoklasisty. Początek klasy VII przewiduje działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Zadania z tego zakresu mogą pojawić się na egzaminie ósmoklasisty.

Poniżej znajdują się dwa przykładowe zadania, przedstawione przez Centralną Komisję Egzaminacyjną w arkuszu próbnym egzaminu ósmoklasisty<sup>4</sup>.

### **Zadanie**

Wartość wyrażenia  $4,5 : 0,75$  jest równa wartości wyrażenia:

A.  $\frac{450}{75}$

B.  $\frac{45}{75}$

Wartość wyrażenia  $1,25 \times 0,4$  jest równa wartości wyrażenia:

C.  $\frac{125 \times 4}{100}$

D.  $\frac{125 \times 4}{1000}$

Zaprezentowane zadania egzaminacyjne bazują na wiadomościach z klas młodszych. Dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi istotne jest powtarzanie omawianych wcześniej zagadnień w celu ich utrwalenia.

Każdy uczeń powinien umieć zamieniać ułamki dziesiętne na zwykłe i je porównywać. Należy utrzymywać działania na ułamkach, rozwiązując na lekcjach różne zadania. Uczniowie powinni także rozwiązywać proste działania w domu.

Nauczyciel musi upewnić się, że uczeń ze SPE zna zasady wykonywania rachunków. Jeśli od razu zaznacza odpowiedź, to konieczne jest sprawdzenie, czy wybór nie był przypadkowy.

<sup>4</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator\\_P1\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator_P1_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

W tym celu można zadać uczniowi następujące pytania:

- ◆ Czy wiesz, jak przesuwają się przecinki przy dzieleniu?
- ◆ Czy potrafisz poprawnie przeczytać te ułamki?
- ◆ Czy potrafisz zamienić liczbę mieszaną na ułamek zwykły?
- ◆ Jakie działanie symbolizuje kreska ułamkowa?



**Krzyś:**

*Musiałem przypomnieć sobie duży zakres materiału z klas młodszych. Było to dla mnie bardzo trudne zadanie.*

*Nie pamiętałem prostej zasady:*

*4,5 : 0,75 znaczy to samo co 450 : 75 i że kreska ułamkowa to dzielenie.*

*Stąd wynik:  $\frac{450}{75}$*

*Drugi przykład też wymagał ode mnie wiedzy z klas młodszych:*

$$1,25 = 1 \frac{25}{100} = \frac{125}{100} \qquad 0,4 = \frac{4}{10}$$

*Musiałem pamiętać, jak mnożyć ułamki: licznik razy licznik, mianownik razy mianownik:*

$$\frac{125 \times 4}{100 \times 10} = \frac{125 \times 4}{1000}$$

*Jeśli zna się te wszystkie zasady, zadanie staje się proste.*

Rozwiązanie tego zadania będzie trudne dla uczniów mających problem z działaniami rachunkowymi. W zadaniu zostały połączone ułamki zwykłe i dziesiętne, więc jego rozwiązanie wymaga dużej biegłości we właściwym wykorzystywaniu zasad matematycznych z tego zakresu. Uczniowie mogą mieć kłopot z zamianą ułamków dziesiętnych na zwykłe, ponieważ często myślą ilość miejsc po przecinku. Trudność stanowi dla nich poprawne odczytanie ułamka dziesiętnego i zapisanie go jako zwykłego, a dodatkowym ograniczeniem mogą być zaległości z poprzednich lat. Dlatego tak ważne jest, aby na lekcjach matematyki wracać do zagadnień omawianych w klasach młodszych.

Dział, w którym niezbędna jest umiejętność działań na ułamkach, to procenty. Obliczenia procentowe bardzo często są powiązane z odczytywaniem danych oraz z elementami statystyki opisowej. Nauczyciel powinien przypominać uczniom, jak zamienić procent na ułamek i jak obliczyć procent z danej liczby. Należy zadawać uczniom proste obliczenia do ćwiczenia w domu, a w szkole rozwiązywać przykładowe zadania egzaminacyjne.

## 5.1. Zasady oceniania na egzaminie ósmoklasisty<sup>5</sup>

W pracy ucznia uprawnionego do korzystania z dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:

1. Lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6 i 9).
2. Gubienie liter, cyfr, nawiasów.
3. Problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych.
4. Błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne są drobne błędy rachunkowe).
5. Trudności w zapisie liczb wielocyfrowych i liczb z dużą ilością zer.
6. Luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe.
7. Uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych.
8. Niekończenie wyrazów.
9. Problemy z zapisywaniem jednostek (np. zamiast °C – OC).
10. Błędy w przepisywaniu.
11. Chaotyczny zapis operacji matematycznych.
12. Mylenie indeksów dolnych i górnych (np. zamiast  $P_1 - P1$ ,  $m^2 - m2$ ).

Powyższe zasady będą pomocne w ocenianiu zadań otwartych. Zadania zamknięte opierają się jednak na dokładnym obliczeniu wyniku, zatem przedstawione kryteria nie znajdują zastosowania.

Wśród zadań egzaminacyjnych z matematyki pojawiają się zadania z wykorzystaniem obliczeń zegarowych lub użyciem kalendarza. Zagadnienia te omawiane są w klasach młodszych. Zdara się, że uczniowie, zwłaszcza ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, mają problem z ich rozwiązywaniem. Szczególnie trudne są dla nich zadania z zegarem wyposażonym we wskazówki.

### **Zadanie<sup>6</sup>**

Kasia zauważyła, że zegar ścienny w mieszkaniu babci w ciągu każdej godziny spóźnia się o kolejne 4 minuty. Gdy poprawnie działający Kasi zegarek na rękę wskazywał godzinę 9:00, dziewczynka ustawiła na zegarze ściennym tę samą godzinę. Przyjęła, że w każdym kolejnym kwadransie opóźnienie jest jednakowe.

<sup>5</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_zasady\\_ocenia-nia\\_EO\\_1\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_zasady_ocenia-nia_EO_1_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

<sup>6</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator\\_P1\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator_P1_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).



Którą godzinę wskaże – zgodnie z założeniami Kasi – zegar ścienny po upływie 2 godzin i 3 kwadransów, počawszy od godziny 9:00, jeżeli zachowana zostanie zaobserwowana tendencja opóźniania? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 11:34                      B. 11:37  
C. 11:41                      D. 11:56

Rozwiązując to zadanie z uczniami, warto użyć zegara jako pomocy dydaktycznej. Należy także przypomnieć uczniom, co to jest kwadrans oraz tendencja opóźniania. Istotne jest powtórzenie wszystkich, nawet najprostszych wiadomości.

Umiejętności wymagane do rozwiązywania tego typu zadań, wynikające z podstawy programowej:

- ◆ Wymagania ogólne:  
Sprawność rachunkowa. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.
- ◆ Wymagania szczegółowe:  
Obliczenia praktyczne. Uczeń wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach.

### **Zadanie egzaminacyjne<sup>7</sup>**

Tata Bartka przed wyjazdem z Krakowa do Warszawy analizuje niektóre bezpośrednie połączenia między tymi miastami. Do wyboru ma cztery połączenia przedstawione w poniższej tabeli.

<sup>7</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

Godzina wyjazdu z Krakowa	Godzina przyjazdu do Warszawy	Środek transportu	Długość trasy	Cena biletu
1:35	6:30	autobus	298 km	27 zł
2:32	5:12	pociąg	293 km	60 zł
5:00	8:48	pociąg	364 km	65 zł
5:53	8:10	pociąg	293 km	49 zł

Oceń prawdziwość podanych zdań. Otocz kółkiem **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe.

Za przejazd w najkrótszym czasie trzeba zapłacić 49 zł **P** **F**  
 Zgodnie z rozkładem tylko przejazd autobusem trwa dłużej niż 4 godziny **P** **F**



**Krzys:**

*Ze względu na dużą ilość informacji analiza tego zadania była dla mnie trudna. Łatwiej mi rozwiązywać zadania, jeśli mogę skorzystać z zegara. Zastanawiałem się, do czego mam wykorzystać długość trasy. Nauczyciel zasugerował, że mogę wybrać te informacje, których potrzebuję do obliczenia wyniku. Obserwując zegar, liczyłem czas przejazdu. Nauczyciel dał mi tyle czasu, ile potrzebowałem.*

Jeżeli uczeń nie potrafi rozwiązać takiego zadania egzaminacyjnego, to należy poszukać odniesienia do życia codziennego. Trzeba go zapytać, czy czasami podróżuje i co robi, aby nie spóźnić się na pociąg lub autobus. W ten sposób uczeń uświadomi sobie, że z taką sytuacją może spotkać się w swoim życiu. Ważne jest, aby wtedy umiał rozwiązać problem.

W zadaniach egzaminacyjnych uczeń spotka się także z jednostkami i ich zamianą. Tego rodzaju przykłady będą dla niego łatwiejsze, jeśli wcześniej wykona kilka ćwiczeń praktycznych z użyciem miarki i stopera.

**Zadanie<sup>8</sup>**

Jacek i Ola testują swoje elektryczne deskorolki. W tym celu zmierzili czasy przejazdu na trasie 400 m. Ola pokonała tę trasę w czasie 160 s, a Jacek – 100 s.

<sup>8</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

Dokończ zdanie i otocz kółkiem poprawną odpowiedź.

Różnica średnich prędkości uzyskanych przez Jacka i przez Olę jest równa:

- A. 1,5 km/h
- B. 5,4 km/h
- C. 9 km/h
- D. 14,4 km/h



**Krzyś:**

*Aby rozwiązać to zadanie, postanowiłem pojeździć na swojej deskorolce. Julka mierzyła mi czas. Badaliśmy, z jaką prędkością jadę. Przypomniałem sobie, że prędkość to droga podzielona przez czas. Trudność sprawiło mi wykonanie polecenia podania prędkości w kilometrach na godzinę. To przekształcenie nie było dla mnie łatwe do zrozumienia. Musiałem pamiętać takie pojęcia jak różnica oraz prędkość średnia.*

Nauczyciel powinien przypomnieć uczniowi wzór na prędkość i odnieść go do sytuacji praktycznej, na przykład do jazdy samochodem.

Korzystne dla ucznia byłoby wykonanie kilku przekształceń jednostek.

Uczeń musi pamiętać, że  $400\text{ m}$  to  $\frac{400}{1000}\text{ km} = 0,400\text{ km} = 0,4\text{ km}$  i z czego to wynika, że ( $1\text{ km} = 1000\text{ m}$ ).

Należy przypomnieć uczniowi, że 1 godzina to 60 minut i 3600 sekund.

Po obliczeniu różnicy prędkości uczeń musi także zamienić wynik na  $\text{km/h}$  i pamiętać, że  $1\text{ m} = 0,001\text{ km}$  i  $1\text{ s} = \frac{1}{3600}$  godziny.

Takie przekształcenie wymaga znajomości działań na ułamkach zwykłych i dziesiętnych oraz cofnięcia się do pierwszego etapu edukacyjnego – tabliczki mnożenia i działań pisemnych.

Jeśli uczeń ma zaległości w działaniach rachunkowych, to mimo znajomości jednostek i wzoru na prędkość, nie rozwiąże prawidłowo zadania i wskaże złą odpowiedź.

W klasie VII omawiane są także potęgi i pierwiastki. Podobnie jak w przypadku innych działów, nie wystarczy tu zaangażowanie ucznia na lekcjach. Jest to nowy temat, który wymaga opanowania wcześniejszych wiadomości i wykonywania obliczeń rachunkowych, ponieważ potęgowane i pierwiastkowane będą również ułamki zwykłe i dziesiętne, a także liczby ujemne. Do tego dochodzą nowe wzory związane z omawianym tematem.





**Krzys:**

Miałem wykonać trzy przykłady:

$$\blacklozenge 2^2 \times 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$\blacklozenge \left(1\frac{2}{3}\right) \times \left(1\frac{2}{3}\right)^2 = \left(1\frac{2}{3}\right)^{1+2} = \left(1\frac{2}{3}\right)^3 = \left(1\frac{2}{3}\right) \times \left(1\frac{2}{3}\right) \times \left(1\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{125}{27}$$

$$\blacklozenge (0,1)^2 \times (0,1)^2 = (0,1)^{2+2} = (0,1)^4 = (0,1) \times (0,1) \times (0,1) \times (0,1) = 0,0001$$

Pierwszy przykład był dla mnie prosty i wykonałem go w pamięci.

W drugim zrobiłem działania na potęgach, ale zapomniałem, jak mnożyć liczby mieszane.

W ostatnim przykładzie myliły mi się zera i nie wiedziałem dokładnie, na którym miejscu po przecinku będzie 1.

Z pierwiastkami było podobnie. Umiąłem obliczyć  $\sqrt{4}$ . Wiedziałem, że to 2, ponieważ  $2^2 = 4$ .

Ale przykład  $\sqrt{2\frac{1}{4}}$  lub  $\sqrt{0,25}$  był już trudniejszy.

Postanowiłem powtórzyć z Julką ułamki. Miałem motywację, ponieważ uświadomiłem sobie, ile tracę przez zaległości. Opowiedziałem o tym w szkole swojemu nauczycielowi, który mnie pochwalił.

- ◆ Wprowadzając w klasie VII procenty, potęgi, pierwiastki, należy wracać do działań na ułamkach.
- ◆ Uczniowie, korzystając z pomocy nauczyciela, powinni wykonywać trudniejsze przykłady.
- ◆ Podczas zajęć należy obserwować, co sprawia uczniom trudności, a następnie ocenić, czy ich powodem jest niezrozumienie definicji potęg czy obliczanie procentów, pierwiastków z liczb, na których wykonują działania.
- ◆ Należy również zwrócić uwagę na zapisy operacji matematycznych.
- ◆ Trzeba pamiętać, że uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi mogą źle zapisywać potęgi lub gubić nawiasy.
- ◆ Zamiast  $5^4$  uczniowie mogą zapisać 54, zamiast  $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}$  mogą zapisać  $\frac{5^2}{7}$ , co daje  $\frac{25}{7}$ .

Błędy często popełniane przez uczniów mogą wywoływać u nich zniechęcenie. Motywujące dla uczniów będzie nagradzanie ich nawet za małe postępy.

Należy pamiętać, że czas przeznaczony na naukę nie może być długi, bo uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi szybko się dekoncentrują. Wskazane jest zmienianie techniki pracy i urozmaicanie zadań.

Nauczyciel, ucząc pierwiastków, musi uświadomić uczniom, że czasami niezbędne jest oszacowanie wyniku. Konieczne też będzie wprowadzenie pojęcia wyniku oszacowanego oraz wyjaśnienie, dlaczego nie można podać dokładnej wartości. W tym celu można użyć do ćwiczeń kalkulatora.

Uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi podczas pracy z kalkulatorem czasami przyciskają niewłaściwe klawisze lub klikają kilka razy w jeden klawisz!

### **Zadanie egzaminacyjne**<sup>9</sup>

Uzupełnij zdania. Otocz kółkiem poprawną odpowiedź spośród oznaczonych literami **A** i **B** oraz poprawną odpowiedź spośród oznaczonych literami **C** i **D**.

Liczba jest:

$$a = \sqrt{125} - 1$$

**A.** mniejsza od 10

**B.** większa od 10

Liczba jest:

$$b = 4\sqrt{6} - 10$$

**C.** ujemna

**D.** dodatnia

Rozwiązując to zadanie za pomocą kalkulatora, uczeń widzi, że pierwiastek z liczby 125 należy podać w przybliżeniu. Może także odjąć kolejną liczbę i zobaczy wtedy, jaki warunek spełnia wynik. Problem pojawia się, gdy uczeń ma rozwiązać zadanie bez użycia kalkulatora.

<sup>9</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

W tym celu uczeń:

- ◆ musi sobie przypomnieć, z jakiej liczby, bliskiej 125, potrafi policzyć pierwiastek;
- ◆ powinien wymieniać te liczby i sprawdzać, która jest najbliższej: 81, 100, 121, 144.

$$\sqrt{81} = 9 \quad \text{bo } 9 \times 9 = 81$$

$$\sqrt{121} = 11 \quad \text{bo } 11 \times 11 = 121$$

$$\sqrt{100} = 10 \quad \text{bo } 10^2 = 100$$

$$\sqrt{144} = 12 \quad \text{bo } 12 \times 12 = 144$$

Po wykonaniu przez ucznia tej analizy nauczyciel powinien poprosić go o wskazanie pierwiastka:

- ◆ mniejszego od  $\sqrt{125}$
- ◆ większego od  $\sqrt{125}$

$$\sqrt{121} < \sqrt{125} < \sqrt{144}$$

$$11 < \dots < 12$$

Widać, że nasza liczba mieści się między 11 a 12. Dopiero po przeprowadzeniu takiej analizy można przejść do rozwiązywania zadania.

Podobnie należy oszacować  $\sqrt{6}$  i powiększyć tę liczbę 4 razy.

Szacowanie bez pomocy kalkulatora będzie dla uczniów z trudnościami dużym problemem. Uczeń musi znać potęgi i pierwiastki.

Wprowadzając definicje mnożenia i dzielenia potęg o takich samych podstawach, najłatwiej zrobić to na liczbach. Uczniowie mogą samodzielnie przygotować objaśnienie. Zapisy wykonane literami będą niezrozumiałe dla niektórych uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

$$3^2 \times 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$$

$$2 + 4 = 6$$

$$3^5 : 3^3 = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = 3^2$$

$$5 - 3 = 2$$

Przy omawianiu z uczniami tej partii materiału warto zacząć od powtórzenia wiadomości na temat skracania ułamków. W celu lepszego zobrazowania zagadnienia można korzystać z kolorów. Ułatwi to potem wprowadzenie wyrażień algebraicznych i równań.

Uczeń w klasie VII dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonuje redukcji wyrazów podobnych. W zadaniach z treścią jest jednak dużo trudniej odnieść do życia codziennego dodawanie literek albo zaakceptować ilość lub cenę podaną jako literkę.

**Zadanie<sup>10</sup>**

Dane są trzy wyrażenia:

$$F = x - (2x + 5)$$

$$G = 6 - (-3x + 2)$$

$$H = 5 - (2x + 4)$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej wartości  $x$  prawdziwa jest równość:

- A.  $F + G = H$
- B.  $F + H = G$
- C.  $G + H = F$
- D.  $F + G + H = 0$

**Krzyś:**

Wiedziałem, jak rozwiązać to zadanie, jednak ciągle otrzymywałem zły wynik. Powody były różne:

- ◆ przy podstawianiu źle przepisałem, pomijając 6 i 5 w  $G$  i  $H$ ;
- ◆ pomyliłem znaki;
- ◆ źle opuściłem nawiasy;
- ◆ przy dodawaniu nieprawidłowo dodałem liczby ujemne.

Nie mogłem się skoncentrować i brakowało mi motywacji. Za piątym razem byłem już tak zniechęcony i zły, że uderzyłem ręką o stół i wyszedłem. Dopiero jak się uspokoiłem, poprosiłem Julkę, żeby omówiła ze mną te przykłady i wspólnie szukaliśmy błędów.

<sup>10</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator\\_P1\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator_P1_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

Uczniowie z dysfunkcjami zazwyczaj mają problemy z zadaniami, w których należy wykonać kilka operacji, tzn. podstawić, opuścić nawiasy, uporządkować znaki, dodać wyrazy podobne. W zadaniach tego typu łatwo o pomyłkę, dlatego ich rozwiązywanie warto dzielić na etapy. Uczniowie powinni po kolei wykonywać wyznaczone przez nauczyciela czynności.

Przykładowe polecenia do zadania:

1. Podstaw za  $F$  i  $G$  podane wyrażenia, sprawdź kilka razy, czy podstawiliś prawidłowo.
2. Powiedz, jak się opusza nawiasy, jak się porządkuje dwa znaki obok siebie.
3. Zapisz wyrażenie  $F$  i  $G$  bez nawiasów.
4. Podkreśl wyrazy podobne.
5. Przypomnij dodawanie i odejmowanie liczb ujemnych (jeśli uczeń nie pamięta przynieś termometr lub porozmawiajcie o długach).

Dla ucznia z dysfunkcjami wskazane jest wyznaczenie chętnego kolegi z klasy do pracy w parze. Jego rola polegałaby m.in. na kontrolowaniu poprawności zapisów i zakreślaniu na kolorowo błędów. Należy upewnić się, czy uczeń ze SPE wszystko przepisał i zasugerować mu pisanie zadań dużymi cyframi, jednego pod drugim.

Ucznia ze SPE trzeba zachęcać do poprawiania błędów na bieżąco. Jeśli pod koniec rozwiązywania przykładu nauczyciel wskaże błąd, który uczeń zrobił na początku, to prawdopodobnie będzie on zniechęcony i może zrezygnować z ponownego rozwiązania zadania.

Uczeń z dysfunkcjami ma ograniczony czas koncentracji, dlatego w pracy dydaktycznej należy uwzględnić przerwy na odpoczynek i unikać sytuacji, w których będzie musiał kilka razy wykonywać te same obliczenia przez dłuższy czas.

Podobnie jest z rozwiązywaniem równań. Im więcej przekształceń uczeń musi wykonać, aby doprowadzić wyrażenie do najprostszej postaci, tym będzie to dla niego trudniejsze i może popełnić wiele błędów.

Obliczenia rachunkowe potrzebne są także w zadaniach z geometrii. Dla ucznia z dysfunkcjami mogą się one okazać jeszcze trudniejsze. Uczeń musi bowiem powiązać wiele umiejętności, takich jak:

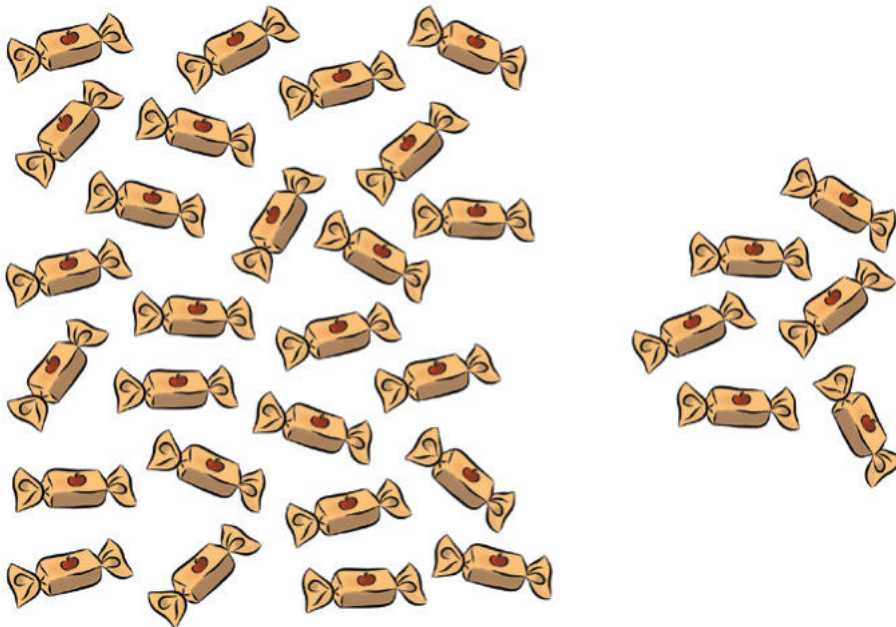
- ◆ analiza zadania,
- ◆ rysunek,
- ◆ zależności między długościami boków,
- ◆ działania na jednostkach,
- ◆ dopasowanie wzoru do poszczególnych figur, czasami ich przekształcanie.



Nauczyciel musi sprawdzić, czy uczeń zna własności kwadratu i prostokąta, a następnie poprosić, aby pokolorował obwód kwadratu. Uczeń powinien zobaczyć 4 równe boki i stwierdzić, że muszą mieć po 8 *cm*, skoro obwód kwadratu wynosi 32 *cm*.

Uczeń powinien zapisywać długości, które obliczy przy danym odcinku, czyli w kwadracie *EFCD* pojawią się 4 ósemki. Dzięki zapisom na rysunku uczeń zobaczy, że odcinki *EF* i *AB* też mają po 8 *cm*.

Uczniowi potrzebna jest umiejętność zrozumienia pojęcia: o 6 mniej. W tym celu można wykorzystać cukierki i poprosić ucznia, aby odliczył 6 z przygotowanej puli.



Podobna zasada obowiązuje przy obliczaniu obwodu o 6 mniejszego. Będzie to odejmowanie:

$$32 - 6 = 26$$

Analizując prostokąt i widząc dwa boki po 8 *cm*, mamy 16 *cm*.

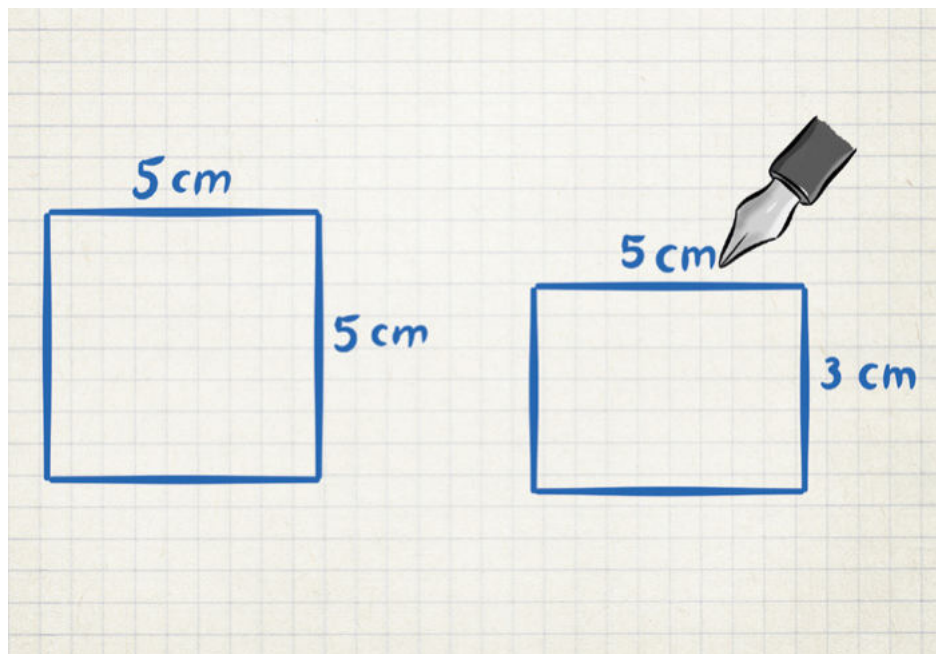
Do 26 *cm* brakuje nam 10 *cm*.

Mamy dwa równe boki *AE* i *BF*.

Zatem mają one po 5 *cm*.

**Zadanie<sup>12</sup>**

Na rysunku przedstawiono dwie różne ściany prostopadłościanu. Jedna jest kwadratem o boku 5 cm, a druga – prostokątem o bokach 3 cm i 5 cm.



Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu o takich wymiarach. Zapisz obliczenia.

**Krzyś:**

*Skąd mam wiedzieć, jak będzie wyglądał ten prostopadłościan? To bardzo trudne do wyobrażenia. Widzę tylko figury płaskie. Julka powiedziała, żebym zbudował model z wykałaczek i plasteliny, a potem policzył, ile jest jakich krawędzi. Przypomniała mi także, że suma to dodawanie.*

Uczeń ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi może mieć ograniczoną wyobraźnię przestrzenną. Dlatego, rozwiązując zadanie z geometrii, musi widzieć model bryły. Dzięki temu policzy jej krawędzie.

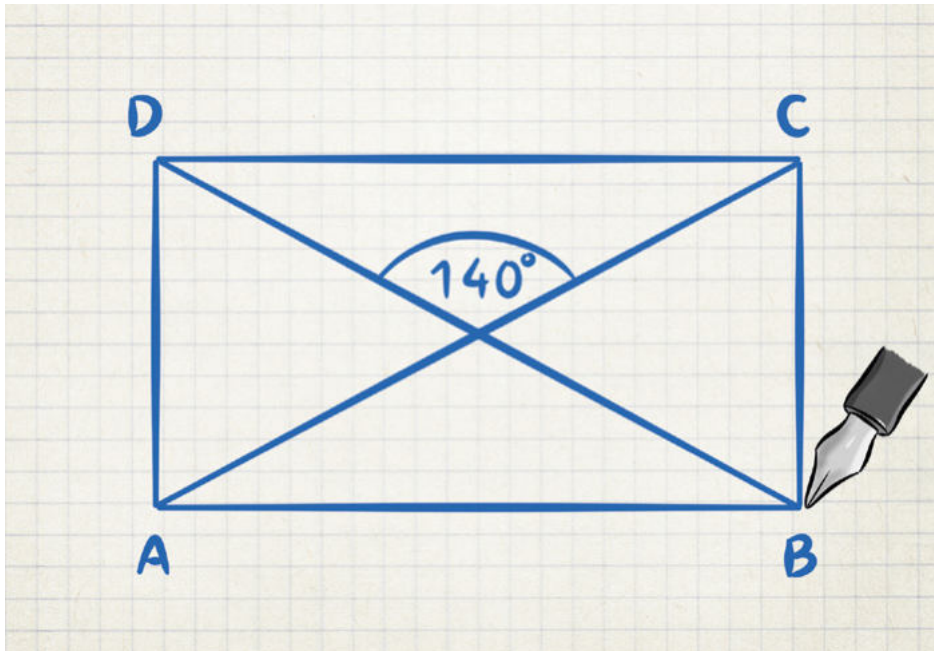
<sup>12</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna

[https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).



**Zadanie**<sup>13</sup>

Przekątne prostokąta  $ABCD$  przedstawionego na rysunku przecinają się pod kątem  $140^\circ$ .



Oceń prawdziwość podanych zdań. Otocz kółkiem **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe.

Kąt  $DCA$  ma miarę  $40^\circ$     **P**    **F**

Kąt  $DAC$  ma miarę  $70^\circ$     **P**    **F**

Aby poprawnie rozwiązać to zadanie, uczeń musi nauczyć się pojęć i własności kątów oraz wiedzieć, że jeśli doda poszczególne kąty w trójkącie, to zawsze otrzyma  $180^\circ$ . Powinien też zauważyć, że przekątne w prostokącie przeczną się w połowie i dzięki temu powstaną trójkąty równoramienne.

Uczeń nie może zapomnieć, że kąty przy podstawie w trójkącie równoramionym są równe. Dopiero mając powyższe wiadomości i łącząc je, obliczy kąt  $DCA$ . Uczeń musi też wiedzieć, co oznacza zapis  $DCA$  i że dotyczy on kąta przy literce, która jest w środku, czyli  $C$ . Aby obliczyć kąt  $DAC$ , usytuowany przy wierzchołku  $A$ , uczeń powinien zauważyć, że trójkąt  $ADC$  jest prostokątny i kąt przy wierzchołku  $D$  ma  $90^\circ$ .

<sup>13</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

Jeśli wszystkie doprecyzowujące pytania zadamy uczniowi ze SPE oddzielenie, dając mu czas na zastanowienie, zapewne będzie mu łatwiej prawidłowo rozwiązać to zadanie. Trudność sprawi uczniowi połączenie wszystkich informacji w całość. Dlatego najlepiej jest dawać mu po jednym poleceniu. Pomocne będzie układanie patyczków tworzących kąty. Niech uczeń głośno nazywa je i omawia ich własności.

Analizując zadania zawarte w arkuszu próbnym oraz *Informatorze CKE*, można zauważyć, że duża część zadań z treścią ma wymiar praktyczny. Aby uczeń mógł je prawidłowo rozwiązać, musi nauczyć się przeprowadzania dokładnej analizy zadań.

Jest to proces, który powinien być zapoczątkowany w klasach młodszych. W klasie IV uczniowie powinni wiedzieć, że muszą wypisać dane, zrobić rysunek, napisać potrzebne wzory, wykonać obliczenia, sprawdzić jednostki i napisać odpowiedź.

#### **Zadanie<sup>14</sup>**

W pierwszym zbiorniku było czterokrotnie więcej wody niż w drugim. Po wlaniu 6 litrów wody do każdego z nich w pierwszym jest dwukrotnie więcej wody niż w drugim. Ile wody łącznie jest teraz w obu zbiornikach? Zapisz obliczenia.

Uczniowie muszą umieć rozwiązywać zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi. Należy im pozwolić na rozwiązywanie zadań swoimi metodami.

Zdolni uczniowie mogą podać wynik z pamięci. Jednak na egzaminie taka odpowiedź będzie niewystarczająca. Można poprosić, żeby uczniowie ci omówili rozwiązywane zadanie i spróbowali je zapisać.

$x$  – początkowa ilość wody w drugim zbiorniku (w litrach)

$4x$  – początkowa ilość wody w pierwszym zbiorniku (w litrach)

$$4x + 6 = 2(x + 6)$$

$$4x + 6 = 2x + 12$$

$$x = 3$$

<sup>14</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://www.cke.edu.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator\\_P1\\_mate-matyka.pdf](https://www.cke.edu.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator_P1_mate-matyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

W pierwszym zbiorniku było na początku  $4 \times 3 = 12$  litrów wody, a w drugim były 3 litry.

$$12 + 6 = 18$$

$$3 + 6 = 9$$

Po dolaniu:

- ◆ w pierwszym zbiorniku jest 18 litrów wody,
- ◆ w drugim zbiorniku jest 9 litrów wody.

$$18 + 9 = 27$$

Odpowiedź: W obu zbiornikach jest razem 27 litrów wody.



**Krzyś:**

*Bardzo dużo zależności jest w tym rozwiązaniu. Po co aż tyle pisać? Zdarza mi się chaotycznie zapisywać operacje matematyczne. Jak się nauczyć prawidłowego rozwiązywania zadań? Jest to dla mnie trudne. Po co mam wszystko rozpisywać, skoro już wiem, ile będzie wody w zbiornikach?*

Uczniowie powinni wiedzieć, że za poszczególne operacje matematyczne na egzaminie są przyznawane punkty. Jeśli podadzą tylko odpowiedź, nie zapisując ścieżki rozwiązania, nie otrzymają punktów.



## 6. MATEMATYKA W KLASIE VIII

### 6.1. Twierdzenie Pitagorasa

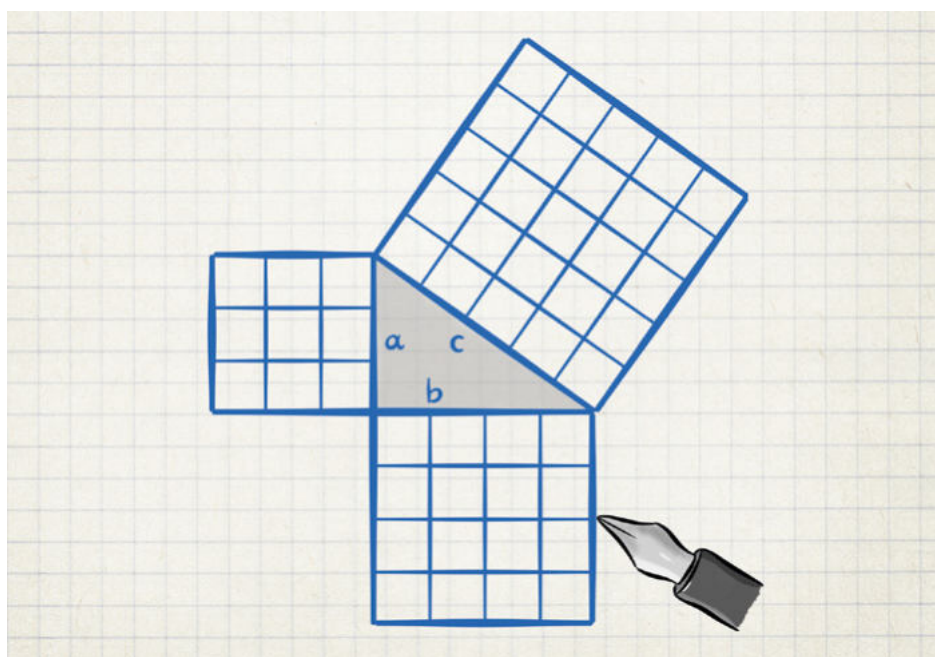
Jest bardzo ważne, aby twierdzenie Pitagorasa przedstawić uczniom w prosty sposób, ponieważ duża część geometrii, aż do egzaminu maturalnego, opiera się na korzystaniu właśnie z tego twierdzenia.

Należy rozpocząć od wprowadzenia uczniów w tematykę szkoły pitagorejskiej. Nauczyciel matematyki, wspólnie z nauczycielem historii, może przygotować konkurs lub krzyżówkę o Pitagorasie, a następnie omówić trójkąt pitagorejski.

W tym celu powinien przygotować z uczniami następujące modele:

- ♦ trójkąt o wymiarach 3, 4, 5;
- ♦ kwadraty o bokach odpowiednio 3, 4, 5

i pokazać uczniom, jaki rysunek mają sporządzić.



Jeśli uczniowie, patrząc na ten rysunek, sami zauważą, że ilość małych kwadracików w kwadratach o bokach 3 i 4 jest taka sama jak ilość wszystkich kwadracików w dużym kwadracie, to pozostaje naprowadzić ich, aby użyli pojęcia pola kwadratu.

Pole kwadratu to ilość kwadracików o boku 1, które mieszczą się wewnątrz dużego kwadratu.

Korzystając z rysunku, uczniowie policzą małe kwadraty. Mając do dyspozycji trzy liczby: 9, 16, 25 – powinni zauważyć, że  $9 + 16 = 25$ .

Podczas lekcji trzeba przypomnieć wzór na pole kwadratu i ustalić, czy uczniowie widzą związek między polem kwadratu a zapisem sumy małych kwadratów.

Uczniowie powinni mieć przed sobą rysunek, co ułatwi im praktyczną analizę, po czym wykonać następujące operacje myślowe:

$$9 = 3^2$$

$$16 = 4^2$$

$$25 = 5^2$$

Istotne dla twierdzenia Pitagorasa jest także powtórzenie potęg.

Dopiero po przypomnieniu działań, w tym potęg i pierwiastków, oraz wykonaniu wyżej opisanych ćwiczeń, można przedstawić konkretne twierdzenie.

Uczeń powinien przejść od zapisu  $3^2 + 4^2 = 5^2$  do  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Nie można także zapomnieć o nazwach boków trójkąta prostokątnego:

- ◆ przyprostokątne (leżące przy kącie prostym);
- ◆ przeciwprostokątna (leżąca naprzeciw kąta prostego).

Treść twierdzenia:

W trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej tego trójkąta.

Jeśli nauczyciel nie powtórzy na lekcji wyżej wymienionych zagadnień, to twierdzenie Pitagorasa będzie dla uczniów niezrozumiałe. Ponadto ponownie powinien sprawdzić, czy uczniowie nie mają zaległości w obliczeniach. Długości boków mogą być przecież podane w postaci ułamków, np.

$$1,6 \quad 1,2 \quad 2,0$$

$$\text{lub } 1\frac{3}{5} \quad 1\frac{1}{5} \quad \frac{4}{2}$$

$$\text{lub nawet pierwiastków } \sqrt{2} \quad 1 \quad \sqrt{3}$$

Stosując twierdzenie Pitagorasa, uczniowie muszą pamiętać z klasy VII własności, poznane w czasie rozwiązywania równań:

$$3^2 + x^2 = 5^2$$

Aby obliczyć długość boku, trzeba znać kolejność wykonywania poszczególnych czynności:

- ◆ podnieść do potęgi  $9 + x^2 = 25$
- ◆ od obu stron odjąć 9  $x^2 = 25 - 9$
- ◆ odjąć i obliczyć pierwiastek  $x^2 = 16$      $x = \sqrt{16}$      $x = 4$

Dla ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi jest to kilka operacji, które powinien wykonać oddzielnie, zaczynając od przypomnienia sobie wiadomości na temat działań i równań. Podczas zajęć nauczyciel powinien często sprawdzać, czy uczeń dobrze przepisał przykład, i kontrolować jego postępy w rozwiązywaniu zadania.

### Zadanie

Jeżeli przeciwprostokątna trójkąta ma długość  $2\sqrt{5}$  cm, a jedna z przyprostokątnych długość  $\sqrt{2}$  cm, to trzeci bok trójkąta ma długość:

- A.  $\sqrt{8}$  cm    B.  $\sqrt{22}$  cm    C.  $3\sqrt{2}$  cm    D.  $9\sqrt{2}$  cm

Pierwszym problemem, z którym uczeń zetknie się w tym zadaniu, będzie podnoszenie pierwiastka do potęgi <sup>2</sup>.

$$(2\sqrt{5})^2$$

$$(\sqrt{2})^2$$

Uczeń może nie pamiętać, że potęgujemy i mnożymy wszystkie liczby oraz że pierwiastek kwadratowy i podnoszenie do kwadratu dają wynik równy liczbie podpierwiastkowej. Uczeń z dysfunkcjami może także zgubić nawias lub potęgę.

Dopiero teraz może przejść do twierdzenia Pitagorasa.

Wynik okaże się niespodzianką dla ucznia:

$$(\sqrt{2})^2 + x^2 = (2\sqrt{5})^2 \text{ czyli } 2 + x^2 = 20$$

$$x^2 = 18 \quad x = \sqrt{18}$$

Właśnie takiej odpowiedzi nie mamy. Co dalej?

Uczeń z trudnościami w nauce może się tu pogubić. Trzeba więc uczulić dzieci, że wynik zawsze należy doprowadzić do najprostszej postaci.

$$x = \sqrt{18} = x = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

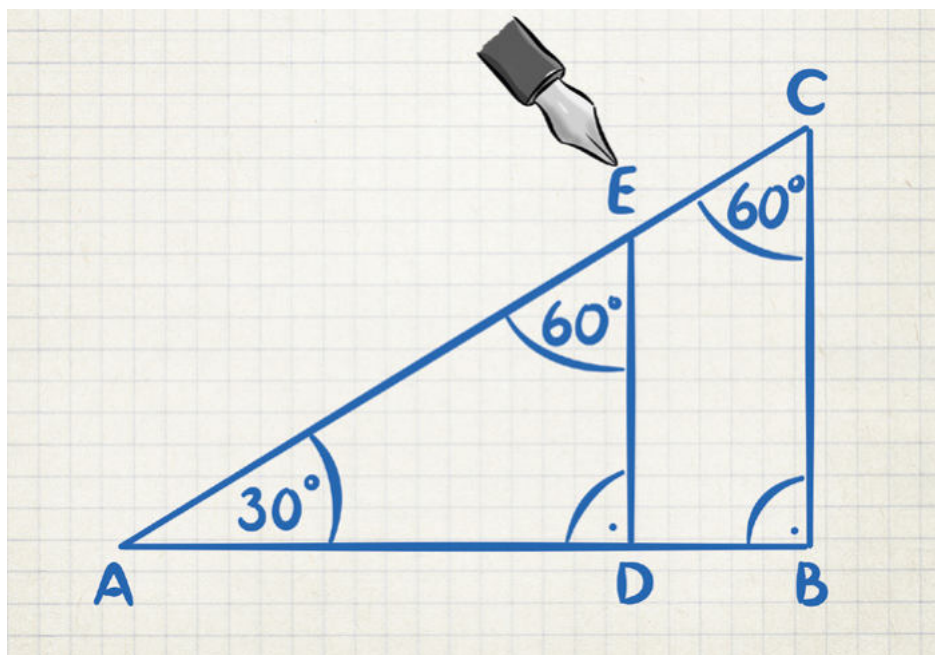
Omawiając to zagadnienie, nauczyciel musi przypomnieć uczniom temat dotyczący wyłączania czynnika przed znak pierwiastka.

## 6.2. Własności trójkąta równobocznego

Jest to drugi ważny temat z geometrii realizowany w klasie VIII.

### Zadanie<sup>15</sup>

Na bokach trójkąta prostokątnego  $ABC$  zaznaczono punkty  $D$  i  $E$ . Odcinek  $DE$  podzielił trójkąt  $ABC$  na dwa wielokąty: trójkąt prostokątny  $ADE$  i czworokąt  $DBCE$ , jak na rysunku. Odcinek  $AB$  ma długość  $4\sqrt{3}$  cm, a odcinek  $DE$  – długość 3 cm.



<sup>15</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).



Dokończ zdanie i otocz kółkiem poprawną odpowiedź.

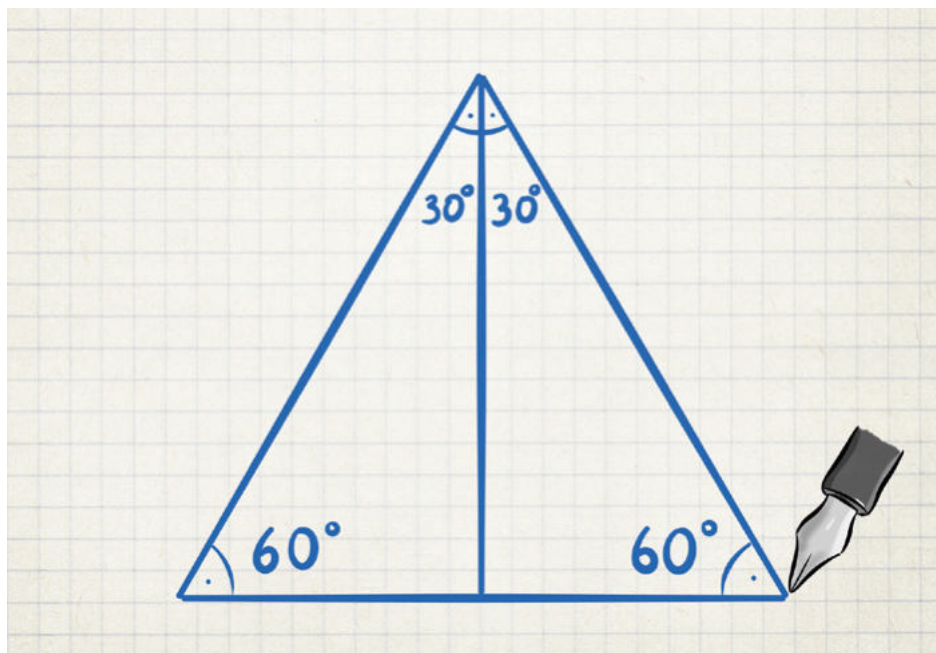
Długość odcinka  $EC$  jest równa:

- A.  $1\text{ cm}$
- B.  $\sqrt{3}\text{ cm}$
- C.  $2\text{ cm}$
- D.  $4\text{ cm}$
- E.  $3\sqrt{3}\text{ cm}$

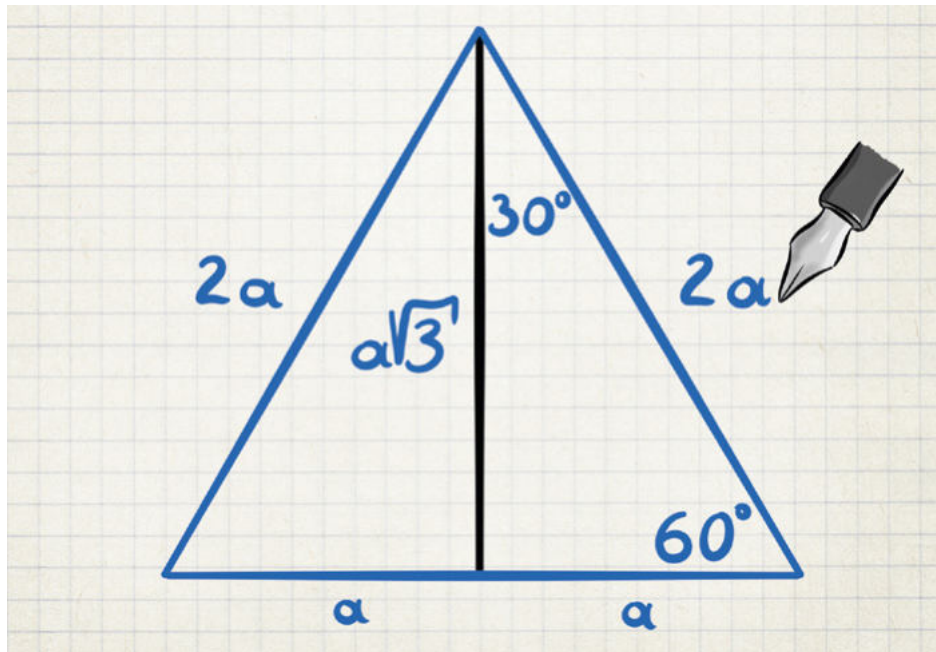
W takim zadaniu egzaminacyjnym uczeń musi zauważyć, że pokazany na rysunku trójkąt jest połową trójkąta równobocznego. Świadczą o tym kąty. Musi sobie wyobrazić lustrzane odbicie trójkąta względem boku  $AB$ .

Jest to zadanie bardzo trudne dla ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi!

Jeżeli uczeń nie będzie miał pomysłu na rozwiązanie zadania, to należy mu zaproponować, aby dorysował drugą część trójkąta.



Uczniowie muszą pamiętać z klas młodszych pojęcie wysokości trójkąta. Nauczyciel powinien pokazać uczniom, że wysokość podzieli trójkąt równoboczny na dwa trójkąty prostokątne. Pozwoli to na stosowanie twierdzenia Pitagorasa.



Jeżeli uczeń nie będzie pamiętał wzorów na wysokość czy pole trójkąta równobocznego, to może je policzyć z twierdzenia Pitagorasa. Uczeń powinien wiedzieć, że jeśli uda mu się zapamiętać własność trójkąta o kątach  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ , to czas rozwiązywania zadań i ilość zapisów bardzo się skrócą, co może stanowić motywację dla ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

Z przedstawionego zadania egzaminacyjnego wynika, że uczeń musi dobrze opanować analizowanie własności trójkątów, aby zauważyć, że boki będą miały następujące długości:

$$AB = 4\sqrt{3} \quad DE = 3$$

Trójkąt  $ADE$  – uczeń musi zauważyć, że dzięki temu, iż dany jest bok  $DE = 3$ , to pozostałe boki będą miały długości  $AE = 6$  i  $AD = 6\sqrt{3}$

Trójkąt  $ABC$  – uczeń musi, korzystając z tej samej własności oraz danych,  $AB = 4\sqrt{3}$  podać  $AC = 8$  i  $BC = 4$

W końcu, po przeanalizowaniu odcinków  $AC = 8$  i  $AE = 6$ , widać, że  $EC = 2$ , co daje odpowiedź C.

Powiązanie wszystkich informacji będzie trudne dla ucznia ze SPE. Należy więc zaproponować mu, aby wykonał kilka przykładów, na których automatycznie wyćwiczy wiedzę o długości boków, korzystając z tego, że:

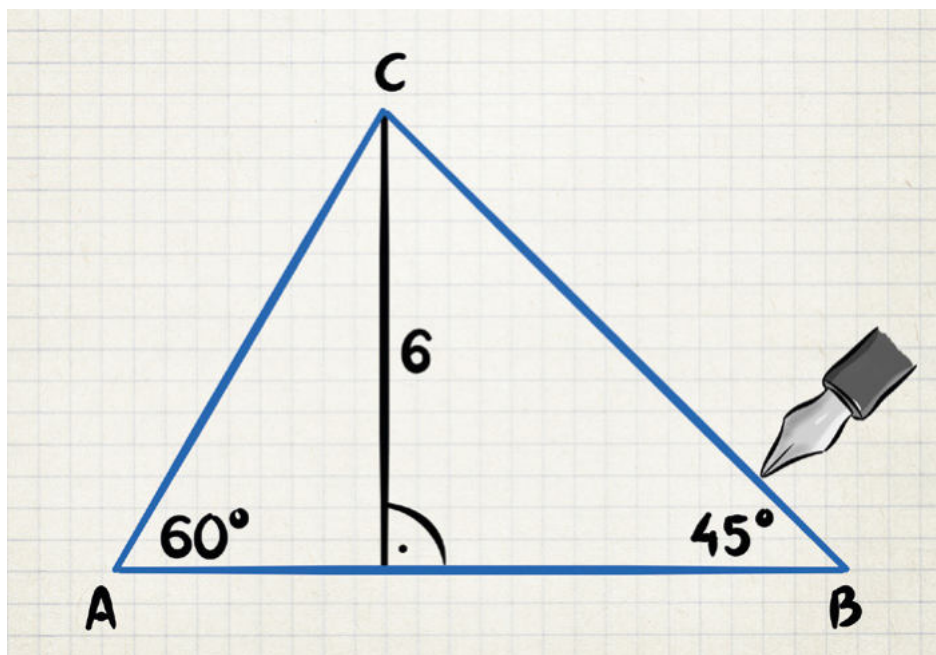
- ◆ naprzeciw kąta  $30^\circ$  musimy widzieć połowę najdłuższego boku;
- ◆ naprzeciw kąta  $60^\circ$  musimy mieć bok długości stanowiącej połowę najdłuższego boku razy  $\sqrt{3}$ ;
- ◆ trzeci kąt ma  $90^\circ$ .

Gdy uczeń będzie sprawnie podawał długości boków, może przejść do rozwiązywania zadań z tego zakresu.

Ciekawym zadaniem, pozwalającym na sprawdzenie, czy uczeń zna najważniejsze własności trójkątów prostokątnego i równobocznego, jest obliczanie obwodu trójkąta.

### Zadanie

Oblicz obwód trójkąta  $ABC$ .



Uczeń powinien rozwiązać to zadanie, analizując dwa oddzielne trójkąty:

- ◆ prostokątny o kątach  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ;
- ◆ prostokątny o kątach  $45^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ .

Trudność w tym zadaniu stanowi długość wysokości jako liczba cała, ponieważ własność trójkąta podaje nam ten bok jako  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Dochodzi zatem rozwiązanie równań  $\frac{a\sqrt{3}}{2} = 6$        $a\sqrt{3} = 12$

$$a = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \quad AC = 8\sqrt{3}$$

Ćwicząc rozwiązanie tego zadania przed egzaminem, warto podzielić je na części:

- ◆ rozciąć trójkąt  $ABC$  wzdłuż wysokości i w ten sposób uzyskać dwa zadania;
- ◆ pokazać, że trójkąt o kątach  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  to połowa kwadratu, a bok  $BC$  to przekątna;
- ◆ obliczyć przekątną według wcześniej poznanego twierdzenia Pitagorasa;
- ◆ podać uczniowi wzór na przekątną kwadratu:  $d = a\sqrt{2}$ ;

Uczeń sam zdecyduje, czy warto zapamiętać wzór i która metoda wymaga mniej zapisów. Dzięki temu powinien zobaczyć, że  $BC$  wynosi  $6\sqrt{2}$ .

Zatem bok  $AB = 4\sqrt{3} + 6$ .

Dopiero teraz uczeń obliczy obwód  $4\sqrt{3} + 6 + 6\sqrt{2} + 8\sqrt{3} = 12\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 6$ .

Przed rozwiązywaniem tego zadania trzeba również powtórzyć z uczniami działania na pierwiastkach. Dla części uczniów będzie to na pewno zadanie o bardzo dużym stopniu trudności.

Oceniając uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, należy sprawdzić u dzieci znajomość własności trójkątów oraz umiejętność stosowania tych zasad w danej sytuacji. Można pominąć błędy rachunkowe i pomyłki w zapisach. Uczniowie z dysfunkcjami, w tak złożonych zadaniach, mogą popełniać ich wiele.

### 6.3. Układ współrzędnych

Uczniowie w klasie VIII będą rysować figury na układzie współrzędnych. Wymaga to dokładnego powtórzenia, jak wygląda układ współrzędnych, oraz przypomnienia jednostek i zaznaczania punktów.

Jeżeli w zadaniach trzeba wykorzystać układ współrzędnych, to zadania należy przygotować wcześniej i rozdać je w klasie. Dla ucznia z deficytami samodzielne narysowanie układu mogłoby być zbyt trudne. Uczeń może mylić zaznaczanie punktów  $A = (2,3)$  i  $B = (3,2)$ . Może mieć kłopot, gdy współrzędne są ułamekami – figury mogą przybierać nieoczekiwane kształty.

Podczas lekcji konieczne jest sprawdzanie, czy uczeń ze SPE dobrze zaznacza punkty jako dane. Zły rysunek może spowodować błędną strategię rozwiązywania i w konsekwencji zniechęcenie do ponownego rozpoczęcia zadania.

**Zadanie<sup>16</sup>**

Punkt  $S = (3, 2)$  jest środkiem odcinka  $AB$ , w którym  $A = (5, 5)$ .

Dokończ zdanie i otocz kółkiem poprawną odpowiedź.

Punkt  $B$  ma współrzędne:  $(8, 7)$ ;  $(7, 8)$ ;  $(-1, 1)$ ;  $(1, -1)$ .

Jeśli uczeń zaznaczy poprawnie punkty  $S$  i  $A$  na układzie współrzędnych i wie, co oznacza środek, to bez problemu odnajdzie punkt  $B$ .

Uczeń musi posiadać umiejętność łączenia wiedzy z różnych działów matematyki. Powinien umieć znajdować środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajdować współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek.

Nauczyciel powinien przygotować kartki z układem współrzędnych i zachęcać uczniów do dokładnego zaznaczania danych. Graficzne przedstawienie zadania ułatwi prawidłowe jego rozwiązanie. Można skorzystać z aplikacji FreeGeo.

## 6.4. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa

Kończąc przygotowania do egzaminu, nauczyciel powinien wprowadzić uczniów w zagadnienia kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Na lekcjach uczniowie przeprowadzają proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, sześcienną kostką do gry, kostką wielościnną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul. Następnie analizują doświadczenia i obliczają prawdopodobieństwa zdarzeń losowych.

**Zadanie<sup>17</sup>**

Rzucamy raz symetryczną sześcienną kostką do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w rzucie tą kostką wypadnie liczba oczek większa od 2, ale mniejsza od 6?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{1}{2}$     C.  $\frac{2}{3}$     D.  $\frac{5}{6}$

<sup>16</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

<sup>17</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

Rozwiązując to zadanie, uczniowie powinni przećwiczyć je praktycznie, badając rzuty kostką i monetą. Mogą też pobawić się w losowanie, wykorzystując wcześniej przygotowane pudełko z kulkami. Nauczyciel ma możliwość sprawdzenia, czy uczniowie intuicyjnie wyuczują, co znaczy, że na kostce została wyrzucona ilość oczek 5 w stosunku do wszystkich możliwych rzutów.

**Zadanie<sup>18</sup>**

Oceń prawdziwość podanych zdań. Otocz kółkiem **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe.

W pięciu rzutach standardową sześcienną kostką do gry, jeżeli wynik każdego rzutu będzie inny, można otrzymać łącznie dokładnie 20 oczek. **P**   **F**

W 16 rzutach standardową sześcienną kostką do gry można otrzymać łącznie ponad 100 oczek. **P**   **F**

Jeśli rzucamy kostką do gry, to możemy otrzymać 1, 2, 3, 4, 5, 6. Jeśli rzucamy po 5 razy, to tworzą się ciągi liczb składające się z pięciu cyfr z zakresu od 1 do 6. Należy dodawać te cyfry i sprawdzać, czy suma da liczbę 20.

Przykładowo (6, 5, 4, 3, 2)    $6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 20$

<sup>18</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

## 7. PRZYGOTOWANIE DO EGZAMINU<sup>19</sup>

Jak już zostało zaznaczone, przygotowania do egzaminu ósmoklasisty należy rozpocząć w VII klasie, i to w pierwszych dniach nowego roku szkolnego. Po omówieniu danego działu matematyki plan pracy z uczniami powinien uwzględniać rozwiązywanie zadań z *Informatora* i arkuszy egzaminacyjnych Centralnej Komisji Egzaminacyjnej. Do takiej pracy należy przyzwyczaić uczniów, dzięki czemu będą dobrze znali formuły zadań:

- ◆ zadania z odpowiedzią **A, B, C, D**;
- ◆ zadania **P** (prawda), **F** (fałsz);
- ◆ zadania **T** (tak), **N** (nie) i dlaczego;
- ◆ zadania otwarte.

Ucniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi potrzebują więcej czasu na dokładne poznanie zasad, zgodnie z którymi będzie przebiegał egzamin. Należy omówić z nimi kwestię zachowywania w czasie egzaminu oraz wygląd arkusza egzaminacyjnego.

W pracy z uczniem z dysfunkcjami wskazane jest przygotowywanie na kartce po jednym zadaniu egzaminacyjnym, co wzmocni koncentrację ucznia na konkretnym problemie matematycznym. Z czasem trzeba zwiększać liczbę zadań, aż uczeń będzie w stanie skupić się na całym arkuszu. Należy dokładnie wyjaśnić poszczególne typy zadań i omówić dostosowania do egzaminu, w tym, jakie błędy może popełnić uczeń, co powinien wiedzieć i co wyćwiczyć.

Potrzebne jest również omówienie punktacji egzaminu, w tym zwrócenie uwagi, że przy zadaniach zamkniętych ważny jest prawidłowy wynik. Uczeń musi wiedzieć, że otrzyma za te zadania 1 punkt lub 0 punktów, i być uprzedzony, że pomyłki dotyczące zapisów są dopuszczalne tylko w zadaniach otwartych. Podczas lekcji trzeba zarezerwować przynajmniej 5 minut na co najmniej jedno zadanie z *Informatora CKE* przeznaczone dla ósmoklasisty.

Uczeń ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi nie może przygotowywać się do egzaminu pod presją czasu. Ważne jest, aby właściwie zorganizować mu plan zajęć. Uczeń musi dokładnie wiedzieć, o której godzinie zaplanowano rozwiązywanie zadań egzaminacyjnych. Należy ponadto przestrzegać wspólnie ustalonych zasad i terminów.

<sup>19</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna

[https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).





## **8. RELACJA RODZIC – NAUCZYCIEL – UCZEŃ KTO MA BYĆ ZADOWOLONY Z WYNIKU EGZAMINU?**

Egzaminy zawsze powodują zaniepokojenie uczniów, rodziców i nauczycieli. Związany z nimi stres z reguły jest duży, ponieważ wszyscy mamy do czynienia z czymś nieznanym. Na powodzenie ucznia podczas egzaminów może mieć wpływ wiele czynników, ale dla ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi niezwykle istotne może okazać się przygotowanie do nich pod kontrolą nauczyciela.

Uwzględniając możliwości dziecka ze SPE, jego wkład pracy oraz działanie czynników zdrowotnych można wstępnie ustalić z uczniem i rodzicami, jaki wynik z matematyki będzie uznany za sukces.

Już na początku roku szkolnego należy zorganizować spotkanie, aby wspólnie przygotować plan pracy. W rozmowie warto poruszyć kwestię motywacji oraz omówić znaczenie wyniku egzaminacyjnego dla planowania dalszej edukacji.

Uczniowie, a szczególnie dzieci ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, lepiej pracują, jeśli wcześniej zostaną z nimi ustalone przejrzyste zasady współpracy. Uczniowie z dysfunkcjami chcą wiedzieć, jaki jest cel przeprowadzenia egzaminu i w jakim stopniu będzie miał on wpływ na ich życie. Jeśli uznają, że egzamin jest im potrzebny do kontynuowania edukacji, będą pracować, aby podczas egzaminacyjnej próby osiągnąć pozytywny wynik. Ważne jest, aby nauczyciele i rodzice byli wsparciem w działaniach ucznia i doceniali jego nawet małe sukcesy.



## BIBLIOGRAFIA

1. Centralna Komisja Egzaminacyjna, *Egzamin ósmoklasisty od roku szkolnego 2018/2019. Matematyka – przykładowy arkusz egzaminacyjny (EO\_2)*,  
[https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_arkusz\\_EO\\_2\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_arkusz_EO_2_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).
2. Centralna Komisja Egzaminacyjna, *Informator Centralnej Komisji Egzaminacyjnej o egzaminie ósmoklasisty z matematyki od roku szkolnego 2018/2019*,  
[https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator\\_P1\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Informatory/Informator_P1_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).
3. Centralna Komisja Egzaminacyjna, *Egzamin ósmoklasisty od roku szkolnego 2018/2019. Zasady oceniania zadań egzaminacyjnych ujętych w przykładowym arkuszu egzaminacyjnym*,  
[https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_OSMOKLASISTY/Arkusze\\_pokaz/Pokaz\\_zasady\\_oceniania\\_EO\\_1\\_matematyka.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_OSMOKLASISTY/Arkusze_pokaz/Pokaz_zasady_oceniania_EO_1_matematyka.pdf) (dostęp: 12 sierpnia 2018).

### Przydatne linki

<http://www.matzoo.pl/klasa7> (dostęp: 4 grudnia 2018).

<https://sites.google.com/adys.edu.pl/szkola-podstawowa-adys> (dostęp: 4 grudnia 2018).

<https://sites.google.com/adys.edu.pl/liceum> (dostęp: 4 grudnia 2018).

<https://learningapps.org/index.php?category=2&s> (dostęp: 4 grudnia 2018).

<https://sites.google.com/site/programgimnazjum/> (dostęp: 4 grudnia 2018).

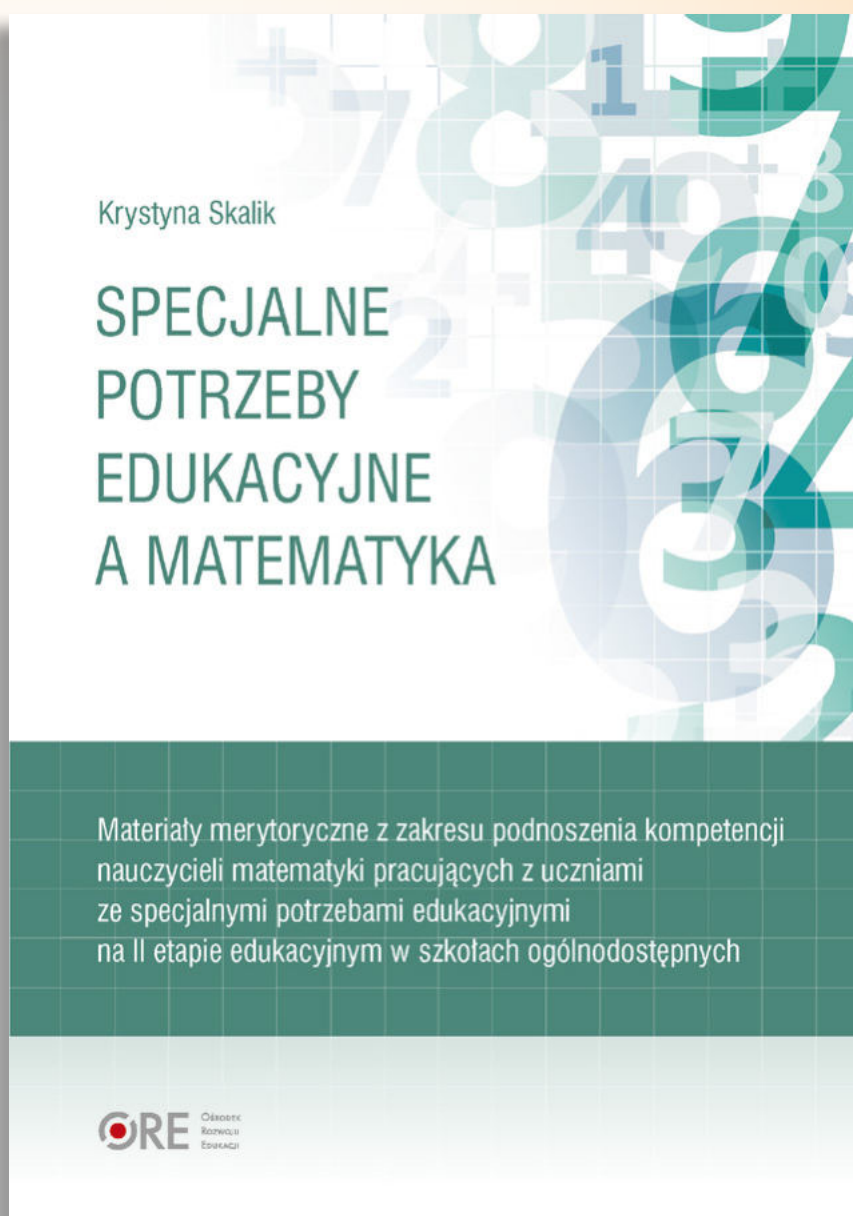
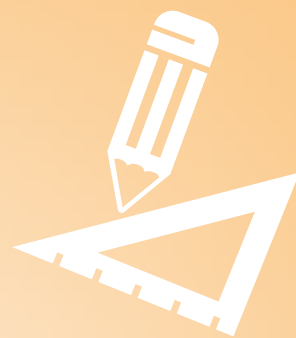
<http://www.epodreczniki.pl/begin/> (dostęp: 4 grudnia 2018).



# POLECAMY:

Krystyna Skalik

## Specjalne potrzeby edukacyjne a matematyka





Aleje Ujazdowskie 28

00-478 Warszawa

tel. 22 345 37 00, fax 22 345 37 70

e-mail: sekretariat@ore.edu.pl

[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)