

Klasa I LO i Technikum (po szkole podstawowej)

**Temat: Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań. (2 godz.)**

Cele lekcji, uczeń:

- analizuje treść zadania;
- układa i rozwiązuje układ równań;
- sprawdza poprawność rozwiązania z treścią zadania;
- formułuje odpowiedź.

Przebieg lekcji:

Układy równań są liniowych są bardzo pomocne w rozwiązywaniu wielu zadań tekstowych. Umiejętność rozwiązywania układów równań przydaje się do rozwiązywania problemów praktycznych np. z ekonomii, fizyki.

1. Analiza przykładów:

**Przykład 2.**

Pan Nowak i pan Kowalski ulokowali swoje oszczędności w różnych funduszach inwestycyjnych: pierwszy – kwotę 15 000 zł w funduszu „Skarbczyk”, natomiast drugi – kwotę 12 000 zł w funduszu „Twój Zysk”. Po roku okazało się, że obaj panowie zarobili na tych inwestycjach łącznie 630 zł, ale roczny zysk procentowy funduszu „Twój Zysk” był o 3 punkty procentowe wyższy niż roczny zysk procentowy funduszu „Skarbczyk”. Oblicz, jaki zysk procentowy osiągnął każdy z funduszy w ciągu roku.

1. Analiza:

$x$  – roczny zysk procentowy funduszu „Skarbczyk”  
 $y$  – roczny zysk procentowy funduszu „Twój Zysk”  
 $x + 3$  – roczny zysk procentowy funduszu „Twój Zysk”  
 $y = x + 3$  – pierwsze równanie

$\frac{x}{100} \cdot 15\,000$ , czyli  $150x$  – kwota, jaką zarobił na inwestycji pan Nowak (w zł)

$\frac{y}{100} \cdot 12\,000$ , czyli  $120y$  – kwota, jaką zarobił na inwestycji pan Kowalski (w zł)

$150x + 120y$  – łączna kwota zysku obu panów, równa 630 zł  
 $150x + 120y = 630$  – drugie równanie

2. Ułożenie i rozwiązanie układu równań:

$$\begin{cases} y = x + 3 \\ 150x + 120y = 630 \quad /:30 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 3 \\ 5x + 4x + 12 = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 3 \\ 5x + 4y = 21 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 3 \\ 9x = 9 \quad /:9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 3 \\ 5x + 4(x + 3) = 21 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

3. Sprawdzenie:

Roczny zysk procentowy funduszu „Twój Zysk” wyniósł 4%, a funduszu „Skarbczyk” był równy 1%, więc zysk funduszu „Twój Zysk” był o 3 punkty procentowe wyższy od zysku funduszu „Skarbczyk”. Po roku pan Nowak zyskał 150 zł ( $0,01 \cdot 15000$  zł), a pan Kowalski zyskał 480 zł ( $0,04 \cdot 12000$  zł), co daje łączną kwotę zysku 630 zł.

4. Odpowiedź:

Roczny zysk procentowy funduszu „Twój Zysk” wyniósł 4%, a funduszu „Skarbczyk” był równy 1%.

---

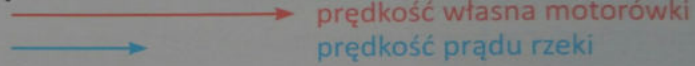
wyznaczonej drogi, między wybranymi p...

### Przykład 3.

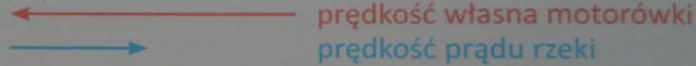
Odległość między przystaniami A i B wynosi 120 km. Z przystani A wypłynęła motorówka i płynąc z prądem rzeki, doплыnęła do przystani B po 2 godzinach. Drogę powrotną ta sama motorówka pokonała w czasie 2,5 godziny. Obliczmy prędkość własną motorówki i prędkość prądu rzeki.

#### 1. Analiza

Podróż z prądem



Podróż pod prąd



Zauważ, że:

- prędkość własna motorówki to prędkość, z jaką płynie ona po wodzie stojącej, np. po jeziorze;
- motorówka, płynąc z prądem rzeki, rozwija prędkość większą od prędkości własnej o wartość prędkości prądu rzeki (rzeka „pomaga”);
- motorówka, płynąc pod prąd, rozwija prędkość mniejszą od prędkości własnej o wartość prędkości prądu rzeki (rzeka „przeszkadza”).

$x$  – prędkość własna motorówki (km/h)

$y$  – prędkość prądu rzeki (km/h)

$x + y$  – prędkość motorówki płynącej z prądem (km/h)

$(x + y) \cdot 2$  – odległość między przystaniami (w km), obliczona ze wzoru  $s = v \cdot t$

- 120 – dana odległość między przystaniami (w km)  
 $(x + y) \cdot 2 = 120$  – pierwsze równanie  
 $(x - y)$  – prędkość motorówki płynącej pod prąd (w km/h)  
 $(x - y) \cdot 2,5 = 120$  – odległość między przystaniami (w km)  
 120 – odległość między przystaniami (w km)  
 $(x - y) \cdot 2,5 = 120$  – drugie równanie

2. Ułożenie i rozwiązanie układu równań:

$$\begin{cases} (x + y) \cdot 2 = 120 & /:2 \\ (x - y) \cdot 2,5 = 120 & /:2,5 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 60 \\ x = 54 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ x - y = 48 \end{cases} \quad \begin{cases} 54 + y = 60 \\ x = 54 \end{cases}$$


---


$$2x = 108 \quad \begin{cases} x = 54 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ 2x = 108 \end{cases}$$

3. Sprawdzenie:

Motorówka, płynąc z prądem rzeki, rozwinęła prędkość 60 km/h (54 km/h + 6 km/h). Zatem w czasie 2 godzin pokonała drogę równą 120 km (60 km/h · 2 h), równą odległości między przystaniami. W drodze powrotnej jej prędkość wynosiła 48 km/h (54 km/h – 6 km/h), więc odległość między przystaniami pokonała w czasie 2,5 h (120 km : 48 km/h).

4. Odpowiedź:

Prędkość własna motorówki wynosiła 54 km/h, a prędkość prądu rzeki była równa 6 km/h.

3. Sprawdź stopień opanowania wiadomości i umiejętności rozwiązując następujące zadania:  
Powodzenia:)

Sprawdz, czy rozumiesz

1. Suma dwóch liczb jest równa 42. Wyznacz te liczby, jeśli wiadomo, że te liczby różnią się o 6.
2. Pewną kwotę pieniędzy podzielono na dwie części w stosunku 3:5. Jedna z tych części jest o 80 zł większa od drugiej. Wyznacz tę kwotę.
3. Za trzy pary skarpetek i dwie bluzki zapłacono 94 zł. Koszt zakupu jednej takiej samej bluzki i ośmiu par takich samych skarpetek jest równy 99 zł. Ile kosztuje bluzka, a ile jedna para skarpetek?
4. Za 5 jednakowych książek i 2 zeszyty zapłacono 109 zł. Gdy cenę książki zwiększono o 30%, a cenę zeszytu obniżono o 20%, wówczas za 4 książki i 3 zeszyty zapłacono 114 zł. Ile kosztowała książka, a ile zeszyt przed zmianą cen?
5. Właściciel sklepu sportowego kupił w hurtowni dwa rowery za 800 zł i sprzedał je z 26,25% zyskiem. Jeden rower przyniósł mu zysk 20%, a drugi – 30%. Oblicz cenę hurtową każdego roweru.
6. Średnia arytmetyczna dwóch liczb jest równa 36. Średnia arytmetyczna 35% pierwszej liczby, 75% drugiej liczby i liczby 57 jest równa 29. Wyznacz te liczby.
7. Zmieszano dwa roztwory soli kuchennej, jeden o stężeniu 10% i drugi o stężeniu 40%. Ile było kilogramów każdego rodzaju roztworu, skoro otrzymano 12 kg roztworu o stężeniu 25%?
8. Jeśli długość danego prostokąta powiększymy o 2 cm, a jego szerokość zmniejszymy o 3 cm, to pole prostokąta zmniejszy się o  $66 \text{ cm}^2$ . Jeśli natomiast jego długość zmniejszymy o 10 cm, a jego szerokość powiększymy o 5 cm, to pole prostokąta zmniejszy się o  $50 \text{ cm}^2$ . Oblicz długość i szerokość prostokąta.