

klasa II LO i Technikum (poziom podstawowy)

**Temat: Przykłady i sposoby opisywania ciągu. (2 godz. lekcyjne)**

Cele lekcji, uczeń:

- wyznacza dziedzinę i zbiór wartości ciągu;
- zapisuje kolejne wyrazy ciągu liczbowego danego wzorem ogólnym;
- zapisuje wzór na wyraz ogólny ciągu na podstawie podanych kolejnych jego wyrazów;
- określa monotoniczność ciągu.

1. Przebieg lekcji:

Zapoznaj się z pojęciem ciągu liczbowego:

**Ciągiem liczbowym skończonym** nazywamy funkcję określoną w zbiorze liczb  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  o wartościach w zbiorze liczb rzeczywistych.

Najczęściej funkcje będące ciągami oznaczamy małymi literami alfabetu a, b, c, d.

Przyjęto następujące oznaczenia dla opisu funkcji będących ciągami:

$(a_n)$  - oznacza ciąg  $a_n$

$a_1, a_2, a_3 \dots$  - oznaczają wartości funkcji zwane wyrazami ciągu liczbowego

$a_n$  - oznacza wzór na n-ty wyraz ciągu lub wyraz ogólny ciągu lub wzór ciągu.

Ciągiem liczbowym nieskończonym nazywamy funkcję  $a$  określoną na zbiorze liczb naturalnych dodatnich  $\mathbf{N}^+$ , o wartościach w zbiorze liczb rzeczywistych  $\mathbf{R}$ .

Ciąg liczbowy możemy określić tak jak każdą funkcję. Ciąg uważa się za określony, jeżeli znamy przepis, według którego można wyznaczyć jego kolejne wyrazy. Możemy to zrobić za pomocą:

- opisu słownego : *Każdej liczbie naturalnej dodatniej przyporządkowujemy jej wartość powiększoną 2 razy i pomniejszoną o 5*
- wzoru:  $a_n = 2n - 5$
- wypisania kolejnych wyrazów:  $(-3, -1, 1, 3, \dots)$
- sporządzenia wykresu ciągu.

2. W celu lepszego zrozumienia tematu możesz zapoznać się z filmem:

<https://www.youtube.com/watch?v=DbglLMnnTi8> , przeanalizuj przykład:

Przykład.1 Wyznacz wyrazy  $a_{n-1}$  i  $a_{n+1}$  ciągu  $(a_n)$ , gdy

a)  $a_n = 4n - 1$

$$a_{n-1} = 4(n - 1) - 1 = 4n - 5$$

$$a_{n+1} = 4(n + 1) - 1 = 4n + 3$$

b)  $a_n = -n^2 + n$

$$a_{n-1} = -(n - 1)^2 + (n - 1) = -n^2 + 3n - 2$$

$$a_{n+1} = -(n + 1)^2 + (n + 1) = -n^2 - n$$

3. Następnie sprawdź stopień opanowania wiadomości i umiejętności wykonując następujące ćwiczenia:

7.5. Podaj pięć początkowych wyrazów ciągu, jeżeli jego wyraz  $a_n$  określony jest wzorem:

a)  $a_n = n^2 - 1$ ,

b)  $a_n = \frac{n+2}{n+1}$ ,

c)  $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ ,

d)  $a_n = (-1)^n \cdot 2^{2n}$ ,

e)  $a_n = \frac{1}{(-2)^n}$ ,

f)  $a_n = (-1)^n (n^2 + 1)$ .

7.6. Podaj cztery początkowe wyrazy nieskończonego ciągu  $(a_n)$ , który jest funkcją przyporządkowującą liczbie naturalnej dodatniej:

a) jej kwadrat,      b) jej sześcian.

Napisz wzór na  $n$ -ty wyraz tego ciągu.

7.7. Dla ciągu o początkowych wyrazach  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$ , którego wszystkie wyrazy

tworzy się według określonej reguły, ustal regułę wyznaczania kolejnych jego wyrazów i zachowując ją, podaj wzór na  $n$ -ty wyraz ciągu.

7.8. Rozstrzygnij, czy liczba 100 jest wyrazem nieskończonego ciągu  $(a_n)$  określonego wzorem:

a)  $a_n = 2n - 1$ ,

b)  $a_n = 4n + 4$ ,

c)  $a_n = 2^n$ ,

d)  $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ ,

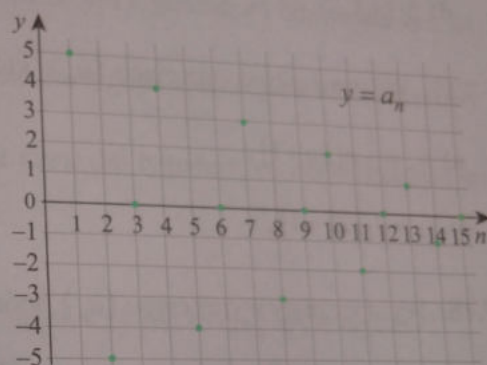
e)  $a_n = 2n(12n+1)$ ,

f)  $a_n = (n+1)^4$ .

7.9. Na rysunku dany jest wykres skończonego ciągu  $(a_n)$ .

a) Podaj dziedzinę  $D$  i zbiór wartości  $Y$  tego ciągu.

b) Określ ten ciąg przez wypisanie jego kolejnych wyrazów.



7.10. Narysuj wykres ciągu  $(a_n)$ , gdy:

a)  $a_n = 2n - 3$  i  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,

b)  $a_n = n^2 - 4$  i  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ .

7.11. Podaj najmniejszy wyraz ciągu  $(a_n)$  określonego wzorem:

a)  $a_n = -\frac{5}{n} + 3$ ,

b)  $a_n = -\frac{1}{n} - 2$ .

Powodzenia