

Matura tuż, tuż ... - sposoby na rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej.

Geometria analityczna jest działem matematyki, w którym bada się figury geometryczne metodami obliczeniowymi, czyli analitycznymi. Jest to możliwe, bo już w XVII wieku Kartezjusz zauważył, że punkty na płaszczyźnie można zastępować parami liczb, a figury geometryczne równaniami, nierównościami, układami równań lub nierówności. Taka jest w skrócie idea geometrii analitycznej. Rozwiązując zadania z tego działu rysunki tworzymy tylko dla jasności rozważań, a wszystko, co potrzebne, po prostu wyliczamy.

Szybkie sposoby na rozwiązywanie zadań z geometrii

1. Przekształcanie równania okręgu – można bez wzorów skróconego mnożenia i kombinowania, co dodać, co odjąć:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

współrzędne środka okręgu:

$$a = -\frac{A}{2}, \quad b = -\frac{B}{2}$$

Promień $r = \sqrt{a^2 + b^2 - C}$, przy czym $a^2 + b^2 - C > 0$, tylko wtedy równanie ogólne przedstawia okrąg.

2. Wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez 2 punkty:

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

- Wyznaczanie prostej przechodzącej przez 2 punkty – liczymy a z tego wzoru, podstawiamy do równania kierunkowego funkcji liniowej, np. jeżeli $a = 2$, to prosta ma równanie $y = 2x + b$ i tak do otrzymanego równania podstawiamy współrzędne jednego z punktów i liczymy b .
- Wyznaczanie symetralnej odcinka – tym wzorem liczymy współczynnik kierunkowy a_1 prostej zawierającej dany odcinek (całe równanie tej prostej jest nam niepotrzebne, chyba, że w zadaniu jest polecenie wykonania jakichś obliczeń, dla których potrzebne jest całe równanie prostej), potem z warunku prostopadłości $a_2 = -\frac{1}{a_1}$ liczymy współczynnik kierunkowy symetralnej i podstawiamy do równania prostej $y = a_2x + b$, liczymy współrzędne środka odcinka ze wzoru: $S = \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ i wstawiamy do tak wyznaczonego równania symetralnej i liczymy b .
- Wyznaczanie równania wysokości trójkąta – tym wzorem liczymy współczynnik kierunkowy a_1 prostej zawierającej podstawę trójkąta (całe równanie tej prostej nie jest potrzebne, chyba, że w zadaniu jest polecenie wykonania jakichś obliczeń, dla których jest potrzebne całe równanie prostej), potem z warunku prostopadłości $a_2 = -\frac{1}{a_1}$ liczymy współczynnik prostej zawierającej wysokość, podstawiamy do równania prostej $y = a_2x + b$, następnie do tego równania wstawiamy współrzędne wierzchołka trójkąta, z którego opuszczamy tę wysokość i liczymy b .
- Badanie współliniowości trzech punktów A, B, C – liczymy z tego wzoru współczynniki kierunkowe prostych AB, AC, BC (wystarczą dwa z nich, np.: a_{AB} i a_{AC}). Jeżeli te dwa współczynniki są równe, to punkty są współliniowe, w przeciwnym wypadku nie są – tworzą trójkąt.