

klasa III LO i IV Technikum (poziom podstawowy)

**Temat: Usystematyzowanie wiadomości o funkcji kwadratowej – powtórka przed maturą.**

Cel ogólny: kształtowanie umiejętności wykorzystywania poznanych wiadomości dotyczących funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań.

Cele lekcji, uczeń:

- zapisuje funkcję kwadratową w postaci kanonicznej, iloczynowej i ogólnej;
- określa monotoniczność funkcji;
- rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;
- odczytuje własności funkcji kwadratowej z wykresu;
- interpretuje wyniki.

Metody:

- burza mózgów;
- dyskusja dydaktyczna.

Formy pracy:

- ćwiczenia indywidualne.

Tok lekcji:

1. Sprawy organizacyjne (przywitanie, sprawdzenie obecności).
2. Podanie tematu i celów lekcji.
3. Część zasadnicza lekcji.

Przypomnienie przez uczniów znaczenia określeń:

- postać kanoniczna, iloczynowa i ogólna funkcji kwadratowej (jakie informacje możemy odczytać z poszczególnych postaci);
- monotoniczność funkcji kwadratowej;
- oś symetrii paraboli;
- miejsca zerowe funkcji kwadratowej.

Rozdanie uczniom zestawu zadań o funkcji kwadratowej (załącznik nr 1 do lekcji).

Zadanie 1.

Pytania do zadania: Którą odpowiedź na pewno można odrzucić? Czy istnieje inny sposób na rozwiązanie zadania? (Jaki?)

Zadanie 2.

Pytania do zadania: Które odpowiedzi można na pewno odrzucić? Z jaką postacią mamy do czynienia w zadaniu i co można z niej odczytać? Czy trzeba rysować dokładny wykres funkcji kwadratowej?

Zadanie 3.

Pytania do zadania: Jaki sposób rozwiązania mógłby najszybciej doprowadzić nas do wyniku?

Zadanie 4.

Pytania do zadania: Z jaką postacią funkcji kwadratowej mamy do czynienia w zadaniu? Która odpowiedź nie pasuje do pozostałych? Czy oś symetrii paraboli może być pozioma? Jak szybko rozwiązać postawiony w zadaniu problem?

Zadanie 5.

Pytania do zadania: Od jakiej postaci zaczniemy zapisywanie funkcji kwadratowej i dlaczego? (co oznacza zdanie „a dla argumentu 10 funkcja przyjmuje największą wartość równą 2”?)

Zadanie 6.

Pytania do zadania: Jaki jest punkt przecięcia paraboli z osią OY i dlaczego? Czy są inne sposoby rozwiązania problemu – który jest najprostszy?

Zadanie 7.

Czy są inne sposoby rozwiązania problemu – który jest najprostszy?

Zadanie 8.

W jakiej postaci zapiszemy wyjściową funkcję? I dlaczego? Jak wyznaczymy rozwiązanie problemu, postawionego w podpunkcie b – graficznie czy algebraicznie? – który ze sposobów jest dokładniejszy?

Zadanie 9.

Omawiamy tylko sposób rozwiązania zadania, a samo rozwiązanie pozostawiam uczniom do przeanalizowania w domu.

Załącznik nr 1

### **Funkcja kwadratowa – zadania typu maturalnego**

#### **Zadania zamknięte**

Zad.1. Wzór funkcji kwadratowej  $f(x) = 3x^2 - 6x$  można zapisać w postaci kanonicznej w następujący sposób:

A.  $f(x) = 3(x - 3)^2 - 1$

B.  $f(x) = 3(x + 1)^2 - 6$

C.  $f(x) = 3x(x - 3)$

D.  $f(x) = 3(x - 1)^2 - 3$

Zad.2. Maksymalny przedział, w którym funkcja  $f(x) = -\frac{1}{2(x-1)^2} + 4$  jest rosnąca, to:

A.  $(-\infty; 1 >$

B.  $(-\infty; 4 >$

C.  $<1; +\infty)$

D.  $<4; +\infty)$

Zad.3. Zbiorem rozwiązań nierówności  $x^2 > 9$  jest:

A.  $(-\infty; 3)$

B.  $(-3; 3)$

C.  $(3; +\infty)$

D.  $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

Zad.4. Ośią symetrii wykresu funkcji kwadratowej  $f(x) = 2(x - 4)(x + 12)$  jest prosta:

A.  $x - 4 = 0$

B.  $x + 4 = 0$

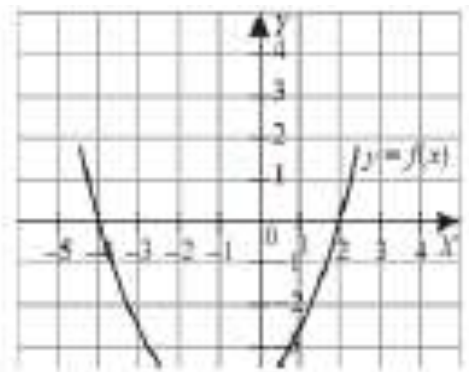
C.  $x + 12 = 0$

D.  $y = -4$

### Zadania krótkiej odpowiedzi

Zad.5. Do wykresu funkcji kwadratowej  $f$  należy punkt A (6; -6), a dla argumentu 10 funkcja przyjmuje największą wartość równą 2. Wyznacz wzór tej funkcji w postaci ogólnej.

Zad.6. Na poniższym rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji  $y = ax^2 + x - 4$ . Wykaż, że najmniejsza wartość funkcji wynosi 4,5.



Zad.7. Wykaż, że jeśli funkcje kwadratowe  $f(x) = x^2 + 10x + 25$  oraz  $g(x) = 2x^2 + ax + 2b$  mają wspólne miejsce zerowe, to  $b = 3a - 25$ .

### Zadania rozszerzonej odpowiedzi

Zad.8. O funkcji kwadratowej wiadomo, że przyjmuje wartości ujemne wtedy i tylko wtedy, gdy  $x \in (-8; -4)$  oraz do jej wykresu należy punkt A (2; 30).

- Napisz wzór funkcji w postaci ogólnej.
- Wyznacz zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości większe od 10,5.

Zad.9. Dana jest funkcja kwadratowa  $f(x) = a(x - 3)(x + 2)$ .

- Oblicz współczynnik  $a$ , jeśli wiadomo, że  $f(10) = -84$ .
- Parabola, będąca wykresem funkcji  $f$  ma z osią OY punkt wspólny. Wyznacz jego współrzędne.
- Napisz wzór funkcji w postaci kanonicznej.

4. W celu sprawdzenia stopnia opanowania wiadomości i umiejętności wykonaj następujące ćwiczenia:

1. O funkcji kwadratowej  $f$  wiadomo, że ma jedno miejsce zerowe i do jej wykresu należą punkty A (-3, -2) oraz B (-4, 0). Wyznacz zbiór tych argumentów, dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartość równą -8.

2. Wzór funkcji kwadratowej  $f(x) = 4 - (x + 1)^2$  w postaci ogólnej to:

A.  $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

B.  $f(x) = x^2 + 2x + 5$

C.  $f(x) = -x^2 + 2x + 5$

D.  $f(x) = -x^2 - 2x + 5$

3. Wyznacz zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja liniowa  $f(x) = 3x + 1$  przyjmuje wartości większe niż funkcja kwadratowa  $g(x) = x^2 - 2x + 5$ .
4. Funkcja kwadratowa  $f(x) = x^2 + px + q$  przyjmuje wartości ujemne wtedy i tylko wtedy, gdy  $x \in (-1; 3)$ . Wykaż, że  $p + q = -5$ .
5. Która z podanych własności funkcji kwadratowej  $f(x) = 2 + 3(x + 2)^2$  jest prawdziwa:
- A. Do wykresu funkcji  $f$  należy punkt A  $(-1, 6)$ .
  - B. Ośią symetrii wykresu funkcji  $f$  jest prosta  $y = -2$ .
  - C. Funkcja  $f$  nie ma miejsc zerowych.
  - D. Funkcja  $f$  jest malejąca w przedziale  $(-\infty; -2)$ .

Ewa Radczyc  
doradca metodyczny