

Klasa 2 LO (Technikum)

Przedmiot: Matematyka

Temat: Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.

(2 godz.)

Cel ogólny: kształtowanie umiejętności wykorzystywania poznanych wiadomości dotyczących funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań.

Cele szczegółowe:

Uczeń:

- wyznacza wzór funkcji kwadratowej mając dane współrzędne wierzchołka i współrzędne punktu;
- wyznacza wzór funkcji kwadratowej mając dane współrzędne trzech punktów;
- wyznacza wzór funkcji kwadratowej mając dane jej miejsca zerowe i współrzędne punktu;
- jasno i precyzyjnie formułuje wnioski;
- współpracuje w zespole.

Metody:

- burza mózgów;
- dyskusja dydaktyczna.

Formy pracy:

- wymiana w parach;
- ćwiczenia indywidualne i grupowe.

Materiały:

- karty zadaniowe dla każdego ucznia i pary
- film

Tok lekcji:

1. Sprawy organizacyjne (przywitanie, sprawdzenie obecności).
2. Podanie tematu i celów lekcji.
3. Część zasadnicza lekcji.

Znacie już wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej oraz iloczynowej. Potraficie na podstawie tych wzorów określić niektóre własności funkcji kwadratowej, dlatego spróbujcie

odpowiedzieć na pytanie:

Którą postać funkcji kwadratowej mogę zapisać, jeśli mam dane:

- współrzędne dwóch dowolnych punktów należących do wykresu funkcji oraz współrzędne wierzchołka,
- dwa miejsca zerowe oraz współrzędne punktu należącego do wykresu,
- współrzędne trzech dowolnych punktów należących do wykresu funkcji?

Ćwiczenie

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f wiedząc, że funkcja f jest rosnąca w przedziale $(-\infty, -2>$, malejąca w przedziale $<-2, +\infty)$, jednym z miejsc zerowych jest liczba -5 , a największa wartość tej funkcji jest równa 10 .

Rozwiązanie:

Mamy:

- funkcja f jest rosnąca w przedziale $(-\infty, -2>$, malejąca w przedziale $<-2, +\infty)$, zatem prosta o równaniu $x = -2$ jest osią symetrii paraboli;
- funkcja f przyjmuje największą wartość równą 10 , stąd $y_w = 10$;
- miejscem zerowym funkcji jest liczba -5 , czyli $f(-5) = 0$.

I sposób:

Korzystamy ze wzoru funkcji f w postaci kanonicznej.

Wierzchołkiem paraboli jest punkt $W = (-2, 10)$ oraz $f(-5) = 0$. Wówczas:

$$f(x) = a(x + 2)^2 + 10 \text{ oraz } f(-5) = 0 \text{ i } a < 0$$

$$0 = a(-5 + 2)^2 + 10$$

$$a = -\frac{10}{9}$$

Wzór funkcji f jest następujący: $f(x) = -\frac{10}{9}(x + 2)^2 + 10$

II sposób:

Korzystamy ze wzoru funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej.

Miejscem zerowym funkcji jest liczba -5 . Wykres funkcji f jest symetryczny względem prostej $x = -2$, więc drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba 1 . Ponadto $W = (-2, 10)$, stąd $f(-2) = 10$.

Otrzymujemy:

$$f(x) = a(x + 5)(x - 1) \quad \text{oraz} \quad f(-2) = 10$$

$$10 = a(-2 + 5)(-2 - 1)$$

$$a = -\frac{10}{9}$$

Wzór funkcji f jest następujący:

$$f(x) = -\frac{10}{9}(x+5)(x-1)$$

W celu lepszego zrozumienia tematu oraz zależności możesz obejrzeć film:

<https://www.youtube.com/watch?v=DIWGZZ14x1w>

4. Podsumowanie lekcji.

Sprawdź stopień opanowania wiadomości i umiejętności wykonując następujące ćwiczenia:

Zad.1. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej wiedząc, że dla argumentu 8 przyjmuje ona wartość równą 1, a do wykresu tej funkcji należy punkt $A = (4, -7)$.

Zad. 2. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej wiedząc, że miejscami zerowymi funkcji f są liczby: 10 i -2 , a jej wykres przecina oś OY w punkcie $(0, -5)$.

Zad.3. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej wiedząc, że jej zbiorem wartości jest przedział $(-\infty, 6>$, do jej wykresu należy punkt $B = (-1, 3)$, a średnia arytmetyczna jej dwóch miejsc zerowych jest równa 2.

Zad.4. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej, jeśli wiadomo, że maksymalny przedział, w którym funkcja f jest rosnąca, to $<3, +\infty)$, jednym z miejsc zerowych funkcji f jest liczba -1 , a do wykresu funkcji f należy punkt $C = (8, 27)$.

Zad. 5. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej wiedząc, że przyjmuje ona największą wartość równą 4 oraz $f(x) \geq 3$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in <4, 6>$.

Zadanie domowe (dla chętnych)

Praca z kartą zadaniową, karta podlega ocenie nauczyciela.

Karta zadaniowa

imię i nazwisko:

Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie informacji o niej.

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej, gdy dane są:

- współrzędne wierzchołka $W = (-4, -3)$ oraz punkty $A = (-5, -5)$, $B = (-3, -5)$
- miejsca zerowe: -2 i 5 oraz współrzędne punktu $C = (0, -3)$
- współrzędne trzech dowolnych punktów: $A = (0, 5)$, $B = (-3, 0)$, $C = (-6, 5)$.

Zapisz obliczenia.

Opracowanie
Ewa Rączyc